

5.9 Integración Aproximada.

Errores en Aproximación

Suponga que $|f''(x)| \leq K$ para $a \leq x \leq b$. Si E_T y E_M son los errores del trapecioide y el punto medio entonces

$$|E_T| \leq \frac{K(b-a)^3}{12n^3} \quad \text{y} \quad |E_M| \leq \frac{K(b-a)^3}{24n^3}$$

Regla de Simpson

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Suponga que $|f^4(x)| \leq K$ para $a \leq x \leq b$. Si E_S es el error en Simpson

$$|E_S| \leq \frac{K(b-a)^5}{180n^4}$$

Resuelva los siguientes ejercicios, usando la regla del trapecioide, punto medio y Simpson

1. $\int_1^2 e^{1/x} dx$ con $n=4$ Solucion usando Punto Medio

$$1, \frac{9}{8}, \frac{11}{8}, \frac{13}{8}, \frac{15}{8}$$

$$\approx \frac{1}{4} \left[f\left(\frac{9}{8}\right) + f\left(\frac{11}{8}\right) + f\left(\frac{11}{8}\right) + f\left(\frac{13}{8}\right) + f\left(\frac{15}{8}\right) \right] = \frac{1}{4} \left[e^{8/9} + e^{8/11} + e^{8/13} + e^{8/15} \right] = 2.0142$$

2. $\int_0^1 \ln(1+e^x) dx$ con $n=8$ solución usando Simpson

$$\approx \frac{1}{24} \left[f(0) + 4f\left(\frac{1}{8}\right) + 2f\left(\frac{2}{8}\right) + 4f\left(\frac{3}{8}\right) + 2f\left(\frac{4}{8}\right) + 4f\left(\frac{5}{8}\right) + 2f\left(\frac{6}{8}\right) + 4f\left(\frac{7}{8}\right) + f\left(\frac{8}{8}\right) \right]$$

$$= \frac{1}{24} \left[\ln(1+e^0) + 4\ln(1+e^{1/8}) + 2\ln(1+e^{2/8}) + 4\ln(1+e^{3/8}) + 2\ln(1+e^{4/8}) + 4\ln(1+e^{5/8}) + 2\ln(1+e^{6/8}) \right]$$

$$+ \frac{1}{24} \left[4\ln(1+e^{7/8}) + \ln(1+e^{8/8}) \right] = .98384$$