

### 7.3 Problemas de Mezclas

**Ejemplo 1.** Un tanque contiene 20kg de sal disuelta en 5000L de agua. El agua salubre contiene .03kg de sal por litro entra al tanque a razón de 25L/min. La Solución se mantiene mezclada y drena en el tanque a la misma razón. ¿Cuánta sal queda en el tanque despues de media hora?

**Solución:**

Sea  $y(t)$  la cantidad de sal (en Kg) después de  $t$  minutos. Tenemos que  $y(0) = 20$  y queremos encontrar  $y(30)$ . Encontramos esto buscando una ecuación diferencial que satisfaga  $y(t)$ . Note que  $\frac{dy}{dt}$  es la razón de cambio de la cantidad de sal. Así que

$$\frac{dy}{dt} = (\text{Razón de Entrada}) - (\text{Razón de Salida})$$

*Sal que entra*                      *sal que sale*

$$\text{Razon de Entrada} = (.03\text{kg} / \text{L})(25\text{L} / \text{min}) = .75\text{kg} / \text{min} = \frac{3}{4}\text{kg} / \text{min}$$

El tanque siempre tiene 5000L de de liquido, así que la concentración al tiempo  $t$  es

$$\frac{y(t)}{5000} \text{kg} / \text{L} \quad \text{Como el agua salubre fluye hacia afuera } 25 \text{ L/min}$$

$$\text{Razón de salida} = \left(\frac{y(t)}{5000} \text{kg} / \text{L}\right)(25\text{L} / \text{min}) = \frac{y(t)}{200} \text{kg} / \text{min}$$

**La ecuación diferencial es**

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3}{4} - \frac{y(t)}{200} = \frac{150 - y(t)}{200} \quad (\text{esto es una ecuación diferencial separable})$$

Resolviendo esta ecuación diferencial tenemos

$$\int \frac{dy}{150 - y} = \int \frac{dt}{200}$$

$$-\ln|150 - y| = \frac{t}{200} + C \quad y(0) = 20 \quad \text{entonces } C = -\ln 150$$

$$-\ln|150 - y| = \frac{t}{200} - \ln 150$$

$$\ln|150 - y| = -\frac{t}{200} + \ln 150$$

$$|150 - y| = e^{-\frac{t}{200} + \ln 130}$$

$|150 - y| = 130e^{-\frac{t}{200}}$  como  $y(t)$  es continua y  $y(0) = 20$  el lado derecho nunca es cero así que  $150 - y(t) > 0$

$$150 - y = 130e^{-\frac{t}{200}}$$

$$y = 150 - 130e^{-\frac{t}{200}}$$

$$y(30) = 150 - 130e^{-\frac{30}{200}} \approx 38.1kg$$

**Ejemplo 2.** Un tanque contiene 1000L de agua pura. Una salina que contiene .05kg de sal por litro entra al tanque a una razón de 5L/min. Una salina que contiene .04kg de sal por litro entra al tanque a razón de 10L/min. La solución se mantiene mezclando y drena del tanque a 15L/min. ¿Cuanta sal está en el tanque después de  $t$  minutos y después de una hora?

**Solución:**