Ley de enfriamiento de Newton

La razón de cambio de la temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia entre la temperatura de el objeto y el medio ambiente.

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_0)$$

k es la constante proporcional y T_0 es la temperatura del medio ambiente asumida constante.

Ejemplo. Al sacar un bizcocho del horno, su temperatura es de $300^0 F$. Tres minutos después su temperatura es de $200^0 F$. ¿Cuánto demorara en enfriarse hasta una temperatura ambiente de $70^0 F$?

Solución:

Debemos resolver el problema de valor inicial

$$\frac{dT}{dt} = k(T - 70) \qquad T(0) = 300$$

y determinar el valor el valor de k de modo que $T(3) = 200$. Esta ecuación diferencial es separable

$$\frac{dT}{(T-70)} = kdt$$

$$\int \frac{dT}{(T-70)} = \int kdt$$

$$\ln|T - 70| = kt + C_1$$

$$T - 70 = C_2 e^{kt}$$

$$T = 70 + C_2 e^{kt}$$

Cuando $T(0) = 300$ de modo que $300 = 70 + C_2$ entonces $C_2 = 230$ y por lo tanto

$$T = 70 + 230e^{kt}$$

$$T(3) = 200 = 70 + 230e^{k(3)}$$

$$e^{k(3)} = \frac{13}{23} \qquad K = -.19018$$

En consecuencia $T = 70 + 230e^{-.19018t}$