CAPÍTULO 10

DISEÑOS EXPERIMENTALES

10.1 Diseños Experimentales de Clasificación Simple

En un diseño experimental de clasificación simple, se trata de comparar varios grupos generalmente llamados **Métodos** o **Tratamientos,** como por ejemplo diferentes maneras de tratar una enfermedad: con medicamentos, quirúrgicamente, acupuntura, etc. o de enseñar un curso: dando conferencias, usando transparencias, cooperativamente, etc. Para hacer la comparación se usa una variable de respuesta cuantitativa Y que es medida en cada uno de los grupos. Los grupos también pueden ser los niveles de una variable cualitativa que es llamada **Factor,** como por ejemplo niveles de conocimiento: básico, intermedio, avanzado.

Los datos deben ser recolectados de la siguiente manera:

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	…	Grupo k
Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}		Y_{k1}
Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}		Y_{k2}
Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}		Y_{k3}
…	…			
Y_{1n1}	Y_{2n2}	Y_{3n3}	…	Ykn_k

Donde el Grupo 1 tiene n_1 observaciones, el Grupo 2 tiene n_2 observaciones, y así sucesivamente. Un Diseño experimental se puede escribir como un modelo lineal al estilo de un modelo de regresión. Así

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \quad \text{, donde:}$$

y_{ij} : Es la j-ésima observación del grupo i.

μ : Es la media total.

α_i : Es el efecto del grupo i.

ε_{ij} : Error aleatorio de la *j*-ésima observación del grupo i.

Comparar los grupos se reduce a determinar si hay igualdad de medias poblacionales de la variable de respuesta en todos los grupos. Es decir,

H_o: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$ (Los *k* grupos tienen medias poblacionales iguales) versus
H_a: Al menos un grupo tiene distinta media poblacional

La prueba estadística que se usa para tomar una decisión es la prueba de F. Para que la prueba sea válida se requiere que se cumplan ciertas suposiciones tales como, que la variable de respuesta se distribuya normalmente y con igual variabilidad en cada grupo. La prueba F es obtenida al completar la tabla del análisis de varianza.

La tabla del análisis de varianza tiene el siguiente formato:

Fuentes de Variación	**Grados de Libertad**	**Suma de Cuadrados**	**Cuadrados Medios**	**F**
Entre Grupos	k-1	BSS	BMS = BSS/k-1	BMS/MSE
Dentro de Grupos	n-k	SSE	MSE = SSE/n-k	
Total	n-1	SST		

Aquí $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$ representa el total de datos tomados,

La **Suma de cuadrados del total (*SST*)** se calcula por:

$$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_k} y_{ij}^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_k} y_{ij})^2}{n}$$

La **Suma de cuadrados Entre Grupos** (*BSS*) se calcula por:

$$BSS = \frac{T_1^2}{n_1} + \frac{T_2^2}{n_2} + ... + \frac{T_k^2}{n_k} - \frac{(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_k} y_{ij})^2}{n}$$

donde: T_i representa el total del *i-ésimo* Grupo.

SSE es la **suma de cuadrados del Error**, llamado también **Suma de Cuadrados Dentro de Grupos** y se calcula por diferencia: *SSE = SST – BSS.*

Si la *F* calculada es mayor que una *F* con *k*-1 y *n*-*k* al nivel de significación α entonces, se rechaza la hipótesis nula. **MINITAB** da el "*p-value*" para la prueba de *F* y con ese valor se puede llegar a tomar una decisión.

En **MINITAB**, el análisis de Diseños Experimentales se lleva a cabo usando la opción **ANOVA** del menú **Stat**, cuyo submenú aparece en figura 10.1.

La opción ***One-Way*** del menú **ANOVA** se usa para hacer análisis de varianza de clasificación simple cuando los datos de la variable de respuesta van en una sola columna y los niveles del factor (o Grupos) van en otra columna. La opción ***One-Way (Unstacked)***, se usa también para hacer diseños de clasificación simple, pero cuando los datos de los grupos a comparar son entrados columna por columna.

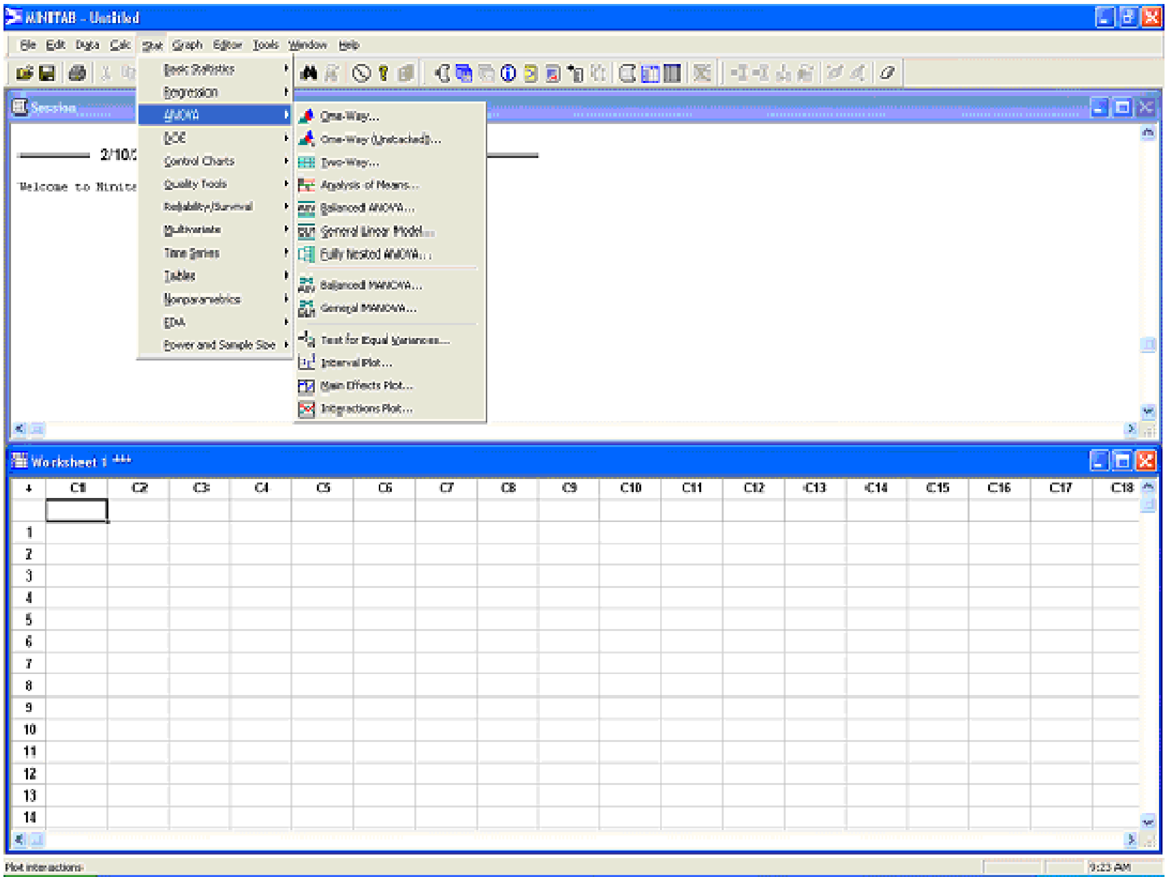

Figura 10.1. Las opciones del menú **ANOVA**

Ejemplo 10.1. Se desea comparar 3 métodos de enseñanza A, B y C, se eligen al azar una muestra de estudiantes de cada método y se le aplica una prueba final común. Los resultados son como sigue:

método A	**método B**	**método C**
89	78	64
45	85	69
59	93	82
46	81	74
64	79	79
71	98	
	94	

¿Habrá suficiente evidencia para concluir que hay diferencia entre métodos?

Solución:

Los datos son escritos en tres columnas llamadas: método A, método B y método c respectivamente. Usando la opción ***One-way[Unstacked]*** la ventana de diálogo se completará como sigue:

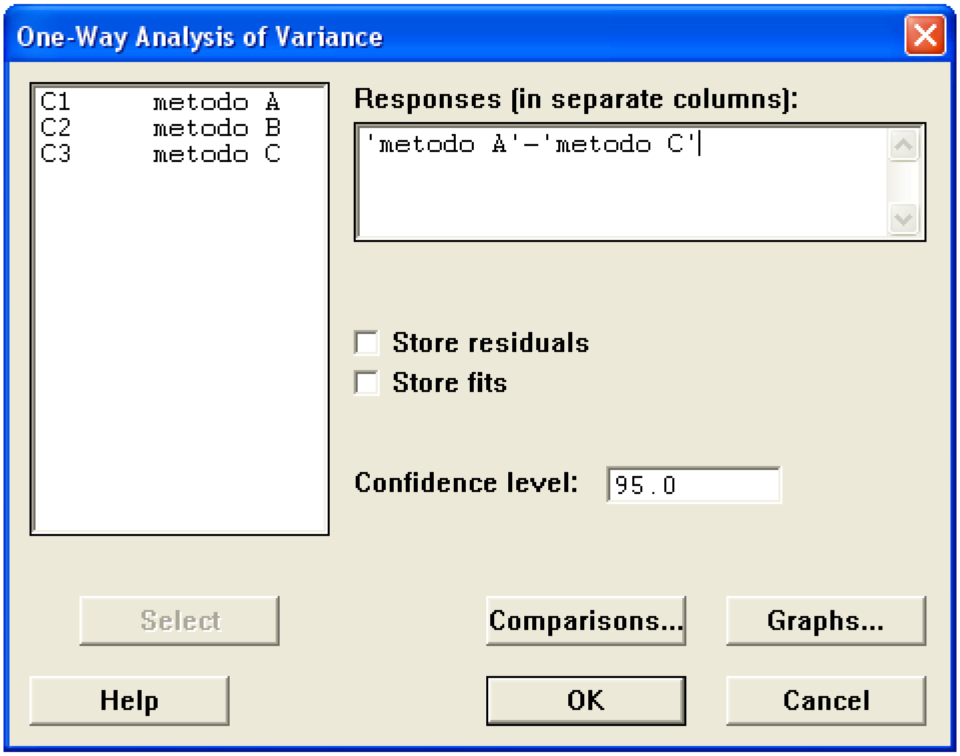

Figura 10.2. Ventana de diálogo de ***One-way[Unstacked]*** para el ejemplo 10.1

y la ventana **session** mostrará el siguiente contenido:

One-way ANOVA: Método A, Método B, Método C

```
Source  DF    SS   MS     F      P
Factor   2  1957  978  7.44  0.006
Error   15  1971  131
Total   17  3928

S = 11.46   R-Sq = 49.81%   R-Sq(adj) = 43.12%

                           Individual 95% CIs For Mean Based on
                           Pooled StDev
Level     N   Mean  StDev  ------+---------+---------+---------+---
Método A  6  62.33  16.54  (--------*-------)
Método B  7  86.86   8.07                       (-------*-------)
Método C  5  73.60   7.30          (--------*--------)
                           ------+---------+---------+---------+---
                                60        72        84        96

Pooled StDev = 11.46
```

Interpretación*: Observando el "P-value"=.006 se rechaza la afirmación, "todos los métodos sean iguales", o sea en al menos uno de los métodos el rendimiento de los estudiantes es distinto al de los otros métodos. También aparecen los intervalos de confianza para las medias de los tres grupos y se puede ver que no hay superposición entre los intervalos de confianza para los métodos A y B, lo cual sugiere también que se debe rechazar la hipótesis nula.*

También se puede hacer una comparación gráfica de los grupos oprimiendo el botón **Graph**, en la ventana de diálogo lo cual produce:

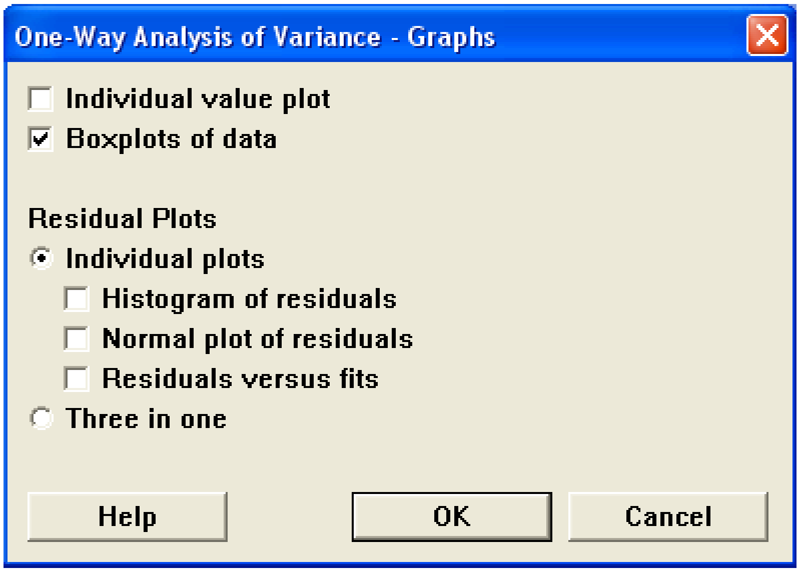

Figura 10.3 Ventana de diálogo para elegir la gráfica en un Anova de clasificación simple.

Eligiendo **boxplots** se obtiene la gráfica que aparece en la figura 10.4.

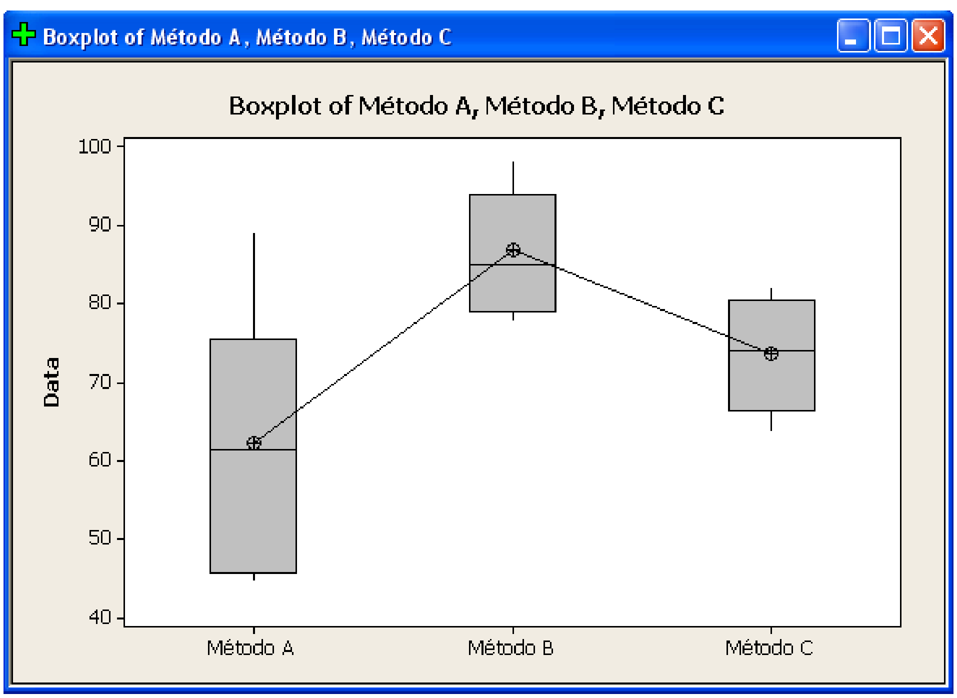

Figura 10.4. Boxplots para comparar los tres métodos del ejemplo 10.1

Interpretación: *La posición de la mediana y las medias sugiere que aún cuando los métodos B y C no están muy distantes, si existe una diferencia marcada entre los métodos B y A, lo cual llevará a rechazar la hipótesis de iguldad de medias. Hay que notar que la variabilidad del método A es mucho mayor que los otros dos métodos.*

Para usar la opción ***One-Way*** los datos deben ser entrados en dos columnas: Una de ellas conteniendo los valores de la variable de respuesta y la otra los valores que indican a que grupo pertenecen dichos datos. Para el ejemplo anterior se han usado dos columnas: **notas**, que contiene los valores de la variable de respuesta y **método que** contiene los grupos.
De la siguiente manera:

notas	método
89	1
45	1
59	1
46	1
64	1
71	1
78	2
85	2
93	2
81	2
79	2
98	2
94	2
64	3
69	3
82	3
74	3
79	3

La ventana de diálogo se completará como lo muestra la figura 10.5

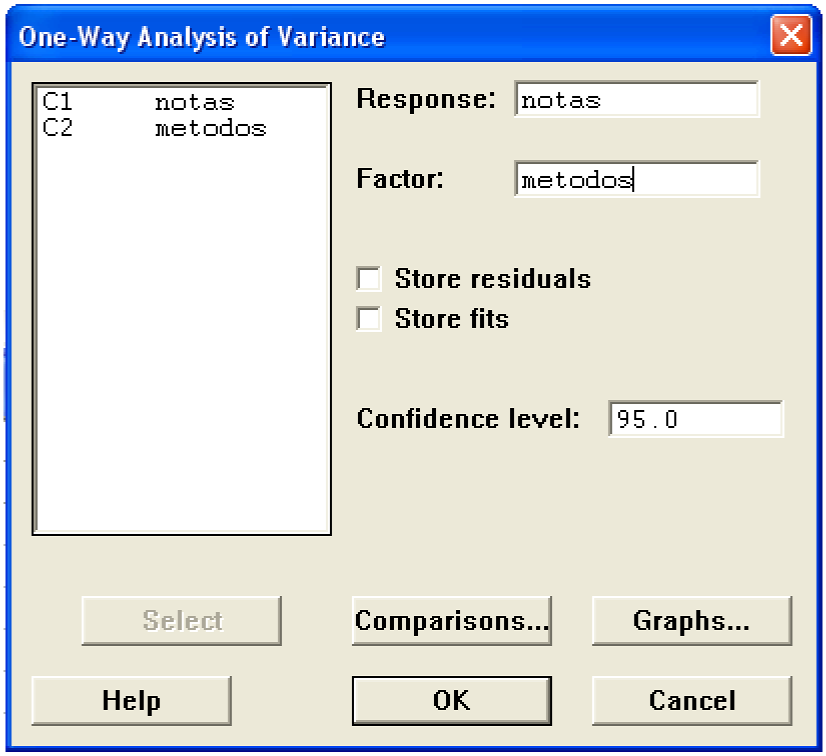

Figura 10.5. Ventana de diálogo para la opción **oneway** de **ANOVA**

y el contenido de la ventana **session** será similar al anterior:

One-way ANOVA: notas versus método

```
Source  DF    SS   MS     F      P
método   2  1957  978  7.44  0.006
Error   15  1971  131
Total   17  3928

S = 11.46   R-Sq = 49.81%   R-Sq(adj) = 43.12%


                        Individual 95% CIs For Mean Based on
                        Pooled StDev
Level  N   Mean  StDev  ------+---------+---------+---------+---
1      6  62.33  16.54  (-------*-------)
2      7  86.86   8.07                       (------*-------)
3      5  73.60   7.30          (--------*--------)
                        ------+---------+---------+---------+---
                             60        72        84        96

Pooled StDev = 11.46
```

Es posible convertir datos de grupos que aparecen en varias columnas a datos en dos columnas, esto se llama hacer un ***stack***, ver el ejemplo 2.1.

10.2 Comparaciones Múltiples

Una vez que se ha rechazado que todos los grupos son iguales hay que determinar cuáles de ellos son comparables entre si. Existen muchos métodos para hacer estas comparaciones, pero los métodos más usados son: Tukey y Fisher. Todos los métodos son similares y aplican el siguiente criterio:

Los Grupos *i* y *j* son comparables entre ellos, si se cumple: ***| media del Grupo i -Media del Grupo j | < valor crítico***

La diferencia entre ellos está en la manera como se calcula el valor crítico.

En **MINITAB** las pruebas de comparaciones múltiples se obtienen al oprimir el botón **Comparisons** de **Oneway.** Aparece la ventana de diálogo que se muestra en la figura 10.6

En el método de Tukey, el valor crítico está dado por:

$$\frac{Q}{\sqrt{2}} s \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}$$

donde: n_i es el tamaño del *i-ésimo* grupo y, n_j es el tamaño del *j-ésimo* grupo, s es igual a la desviación estándar combinada de los grupos y es igual a la raíz cuadrada del cuadrado medio del error (MSE), y Q es el percentil de 100α% de la ***distribución del rango estudentizado*** con parámetros k-1 y n-k..

En el método de Fisher, el valor crítico está dado por:

$$t_{(\alpha/2,n-k)} s \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}$$

Aquí, $t_{(\alpha/2,n-k)}$ representa el valor de la distribución t tal que, el área a la derecha es $\alpha/2$.

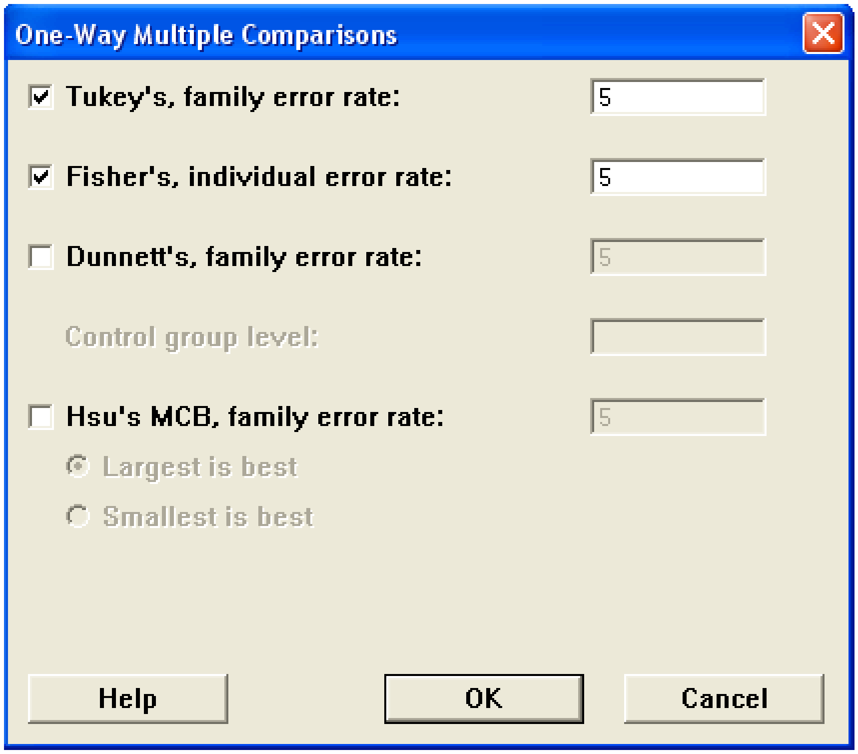

Figura 10.6. Ventana de diálogo para la opción **comparisons** de **one-way.**

Los resultados para los datos del ejemplo anterior serán como sigue:

```
Tukey 95% Simultaneous Confidence Intervals
All Pairwise Comparisons among Levels of método

Individual confidence level = 97.97%


método = 1 subtracted from:

método   Lower  Center  Upper  -----+---------+---------+---------+----
2         7.97   24.52  41.08                     (--------*--------)
3        -6.75   11.27  29.28              (---------*--------)
                               -----+---------+---------+---------+----
                                  -20         0        20        40


método = 2 subtracted from:

método    Lower  Center  Upper  -----+---------+---------+---------+----
3        -30.68  -13.26   4.16  (-------*--------)
                                -----+---------+---------+---------+----
                                   -20         0        20        40


Fisher 95% Individual Confidence Intervals
All Pairwise Comparisons among Levels of método

Simultaneous confidence level = 88.31%
```

```
método = 1 subtracted from:

método  Lower  Center  Upper  ----+---------+---------+---------+-----
2       10.93   24.52  38.12                     (------*------)
3       -3.53   11.27  26.06              (-------*------)
                              ----+---------+---------+---------+-----
                                -20         0        20        40


método = 2 subtracted from:

método   Lower  Center  Upper  ----+---------+---------+---------+-----
3       -27.56  -13.26   1.05  (------*-------)
                               ----+---------+---------+---------+-----
                                 -20         0        20        40
```

***Interpretación**: Por cada combinación de grupos aparecen los limites inferiores y superiores de los intervalos de confianza para la diferencia poblacional de las dos medias. Si los limites de los intervalos son de signos distintos entonces los grupos son comparables de lo contario no. Básicamente esto equivale a ver si CERO está contenido o no en el intervalo.*
En este ejemplo los métodos de Tukey y Fisher llevan a la conclusión que los métodos de enseñanza A y C son comparables al igual que B y C pero A y B no lo son. Hay un nivel superior formado por los métodos B y C y un nivel inferior formado por C y A. Notar que C aparece en ambos niveles.

Ejemplo 10.2. Los siguientes datos representan los tiempos de sobrevivencia a varios tipos de cáncer, después que se lo ha diagnosticado

Estómago	Pulmón	Colon	Ovario	Seno
248	124	1234	81	1235
377	42	89	461	24
189	25	201	20	1581
1843	45	356	450	1166
180	412	2970	246	40
537	51	456	166	727
519	1112		63	3808
455	46		64	791
406	103		155	1804
365	876		859	3460
942	146		151	719
776	340		166	
372	396		37	
163			223	
101			138	
20			72	
283			245	

Hacer un análisis de varianza para probar si hay igual tiempo de sobrevivencia para los diversos tipos de cáncer. Aplicar los métodos de comparaciones múltiples de Fisher y Tukey para identificar los tipos de cáncer con tiempos de sobrevivencia similares.

Solución:

La hipótesis nula es H_o: Los tiempos promedios de sobrevivencia de los pacientes diagnosticados con cáncer de estómago, pulmón, colon, ovario y seno son iguales.

La hipotesis alterna es H_a: Al menos uno de los tipos de cáncer tiene tiempo de sobrevivencia promedio distinto a los otros.

Primero se entran los datos en dos columnas: *Sobrevivencia*, que contiene los tiempos de sobrevivencia y *Organo*, que contiene los órganos donde el cáncer es detectado. Luego se sigue la secuencia **Stat** ▸ **ANOVA** ▸ **One-Way** , y oprimiendo el botón **comparisons** se obtiene los siguientes resultados en la ventana **session:**

One-way ANOVA: tiempo versus cancer

```
Source  DF        SS       MS     F      P
cancer   4  11535761  2883940  6.43  0.000
Error   59  26448144   448274
Total   63  37983905

S = 669.5   R-Sq = 30.37%   R-Sq(adj) = 25.65%


                              Individual 95% CIs For Mean Based on
                              Pooled StDev
Level      N    Mean   StDev  --+---------+---------+---------+-------
colon      6   884.3  1098.6           (----------*----------)
estomago  17   457.4   427.2       (-----*------)
ovario    17   211.6   209.9  (-----*------)
pulmon    13   286.0   346.3  (-------*-------)
seno      11  1395.9  1239.0                        (-------*-------)
                              --+---------+---------+---------+-------
                                0       500      1000      1500

Pooled StDev = 669.5


Tukey 95% Simultaneous Confidence Intervals
All Pairwise Comparisons among Levels of cancer

Individual confidence level = 99.34%


cancer = colon subtracted from:

cancer      Lower  Center   Upper  ---------+---------+---------+---------+
estomago  -1321.7  -426.9   467.8        (--------*--------)
ovario    -1567.5  -672.7   222.0     (--------*--------)
pulmon    -1528.3  -598.3   331.6      (--------*--------)
seno       -444.7   511.6  1467.9                 (--------*---------)
                                   ---------+---------+---------+---------+
                                       -1000         0      1000      2000


cancer = estomago subtracted from:

cancer   Lower  Center   Upper  ---------+---------+---------+---------+
ovario  -892.1  -245.8   400.5            (------*-----)
pulmon  -865.6  -171.4   522.8            (------*------)
seno     209.4   938.5  1667.6                       (------*-------)
                                ---------+---------+---------+---------+
                                    -1000         0      1000      2000
```

```
cancer = ovario subtracted from:

cancer   Lower  Center   Upper  ---------+---------+---------+---------+
pulmon  -619.8    74.4   768.6              (------*------)
seno     455.2  1184.3  1913.4                        (------*------)
                                ---------+---------+---------+---------+
                                     -1000         0      1000      2000


cancer = pulmon subtracted from:

cancer  Lower  Center   Upper  ---------+---------+---------+---------+
seno    338.0  1109.9  1881.8                        (-------*-------)
                               ---------+---------+---------+---------+
                                    -1000         0      1000      2000


Fisher 95% Individual Confidence Intervals
All Pairwise Comparisons among Levels of cancer

Simultaneous confidence level = 72.17%


cancer = colon subtracted from:

cancer      Lower  Center   Upper  -------+---------+---------+---------+--
estomago  -1063.1  -426.9   209.3        (------*-----)
ovario    -1308.9  -672.7   -36.6      (-----*------)
pulmon    -1259.6  -598.3    62.9      (------*------)
seno       -168.4   511.6  1191.5                 (------*------)
                                   -------+---------+---------+---------+--
                                        -1000         0      1000      2000


cancer = estomago subtracted from:

cancer   Lower  Center   Upper  -------+---------+---------+---------+--
ovario  -705.3  -245.8   213.7            (----*---)
pulmon  -665.0  -171.4   322.2            (----*----)
seno     420.1   938.5  1456.9                       (----*-----)
                                -------+---------+---------+---------+--
                                     -1000         0      1000      2000


cancer = ovario subtracted from:

cancer   Lower  Center   Upper  -------+---------+---------+---------+--
pulmon  -419.2    74.4   568.0               (----*----)
seno     665.9  1184.3  1702.7                          (----*----)
                                -------+---------+---------+---------+--
                                     -1000         0      1000      2000


cancer = pulmon subtracted from:

cancer  Lower  Center   Upper  -------+---------+---------+---------+--
seno    561.1  1109.9  1658.8                        (----*-----)
                               -------+---------+---------+---------+--
                                    -1000         0      1000      2000
```

Interpretación:
El "P-value" de la prueba de F es .0000, lo cual sugiere que la hipótesis nula se rechaza y se concluye que hay suficiente evidencia estadística para afirmar que al menos uno de los tipos de cáncer tiene tiempo de sobrevivencia promedio distinto a los otros.

De acuerdo al método de Tukey:
El tiempo promedio de sobrevivencia para cáncer de estómago es similar al cáncer al pulmón, al colon y al ovario, pero no al seno.
El tiempo promedio de sobrevivencia para cáncer de pulmon es similar al cáncer al estómago y al colon, pero no al ovario, ni al seno.
El tiempo promedio de sobrevivencia para cáncer de colon es similar al cáncer al estómago, al pulmón y al ovario, pero no al seno.
El tiempo promedio de sobrevivencia para cáncer de ovarios es similar al cáncer al estómago, al colon, al pulmón, y al seno.
El tiempo promedio de sobrevivencia para cáncer de senos es similar al cáncer a los ovarios, pero no al estómago, ni al pulmón, ni al colon.
En resumen: Los cáncer al pulmón, estómago, colon y ovarios tienen tiempos de sobrevivencia similares, formado una categoría inferior. Los cáncer de ovarios y senos tienen tiempos promedios de sobrevivencias similares, formando una categoría superior.

De acuerdo al método de Fisher:
Hay un sólo cambio con respecto al método de Tukey y es que los tiempos promedios de sobrevivencia de cáncer de pulmón y ovarios son similares.
En resumen: Los cáncer al pulmón, estómago y colon tienen tiempos de sobrevivencia similares y forman una categoría inferior. Los cáncer al estómago, colon y ovarios tienen tiempos de sobrevivencia similares y forman una categoría intermedia. Los cáncer de ovarios y senos tienen tiempos promedios de sobrevivencias similares y forman la categoría superior.

10.3 Diseños Experimentales de clasificación Doble

En este caso se trata de comparar grupos (métodos o tratamientos) pero, tomando en cuenta un segundo factor el cual podría afectar la comparación de los mismos. Los datos de un experimento de clasificación doble con k grupos, B bloques y con dos observaciones por celdas, pueden ser representados de la siguiente manera:

	Grupo 1	Grupo 2	…	Grupo k
Bloque 1	Y_{111} Y_{112}	Y_{211} Y_{212}	…	Y_{k11} Y_{k12}
Bloque 2	Y_{121} Y_{122}	Y_{221} Y_{222}	…	Y_{k21} Y_{k22}
…	…			…
…	…			…
Bloque B	Y_{1B1}	Y_{2B1}	…	Y_{kB1}

	Y_{1B2}	Y_{2B2}		Y_{kB2}

Hay dos pruebas de hipótesis que se pueden hacer:

H_o: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$ (Los k grupos tienen medias poblacionales iguales) versus
H_a: Al menos un grupo tiene distinta media poblacional que los otros

y,

H_o: $\mu_1= \mu_2=\mu_3=\ldots=\mu_B$ (Los B bloques tienen medias poblacionales iguales) versus
H_a: Al menos un bloque tiene media poblacional distinta al de los otros.

La prueba estadística correspondiente es la prueba de F, la cual es obtenida al completar la tabla del análisis de varianza.

La tabla del análisis de varianza para un diseño con k grupos, b bloques y c observaciones en cada celda tiene el siguiente formato:

Fuentes de Variación	**Grados de Libertad**	**Suma de Cuadrados**	**Cuadrados Medios**	**F**
Grupos	k-1	SSG	MSG=SSG/k-1	MSG/MSE
Bloques	b-1	SSB	MSB=SSB/b-1	MSB/MSE
Error	kbc-k-b+1	SSE	MSE=SSE/kbc-k-b+1	
Total	kbc-1	SST		

Donde MSG es el cuadrado medio de Grupos, y MSB es el cuadrado medio de Bloques y MSE es el cuadrado medio del Error. Si la F calculada es mayor que una F con k-1 y kbc-k-b+1 al nivel de significación α entonces, se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias de grupos, y si la F calculada es mayor que una F con b-1 y kbc-k-b+1 al nivel de significación α entonces se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias de bloques.

MINITAB da el "p-value" para ambas prueba de F y con ese valor se puede llegar a tomar una decisión.

La opción ***Two-Way*** se usa para analizar diseños de clasificación doble siempre y cuando haya igual número de observaciones por celda.

Ejemplo 10.3 Se trata de comparar 3 métodos de enseñanza (*a*, *b* y *c*) pero tomando en cuenta además el factor turno (*m*, *t* y *n*), es decir el tiempo del día al cual se da clase. Los datos son como siguen:

```
          a         b         c

m     80.000    65.000    66.000
      78.000    79.000    49.000
```

```
t    69.000   50.000   34.000
     72.000   58.000   58.000

n    73.000   62.000   46.000
     74.000   65.000   59.000
```

Solución:
Primero se entran los datos en tres columnas:

nota	método	turno
80	a	m
78	a	m
69	a	t
72	a	t
73	a	n
74	a	n
65	b	m
79	b	m
50	b	t
58	b	t
62	b	n
65	b	n
66	c	m
49	c	m
34	c	t
58	c	t
46	c	n
59	c	n

Las hipótesis que se deben probar son:

Ho: No hay diferencia entre los tres métodos de enseñanza
Ha: Al menos uno de los métodos de enseñanza tiene un rendimiento distinto a los otros, y

Ho: Hay igual rendimiento de los estudiantes en los tres turnos
Ha: En al menos uno de los turnos los estudiantes rinden distinto a los otros dos turnos.

Eligiendo la secuencia **Stat** ▸ **Anova** ▸ **Two-Way** se obtiene la ventana de diálogo de la figura 10.7.

Notar que la opción ***Fit Additive model*** *debe ser seleccionada, de lo contario se ajustará un modelo con Interacción que será discutido en la siguiente sección.*

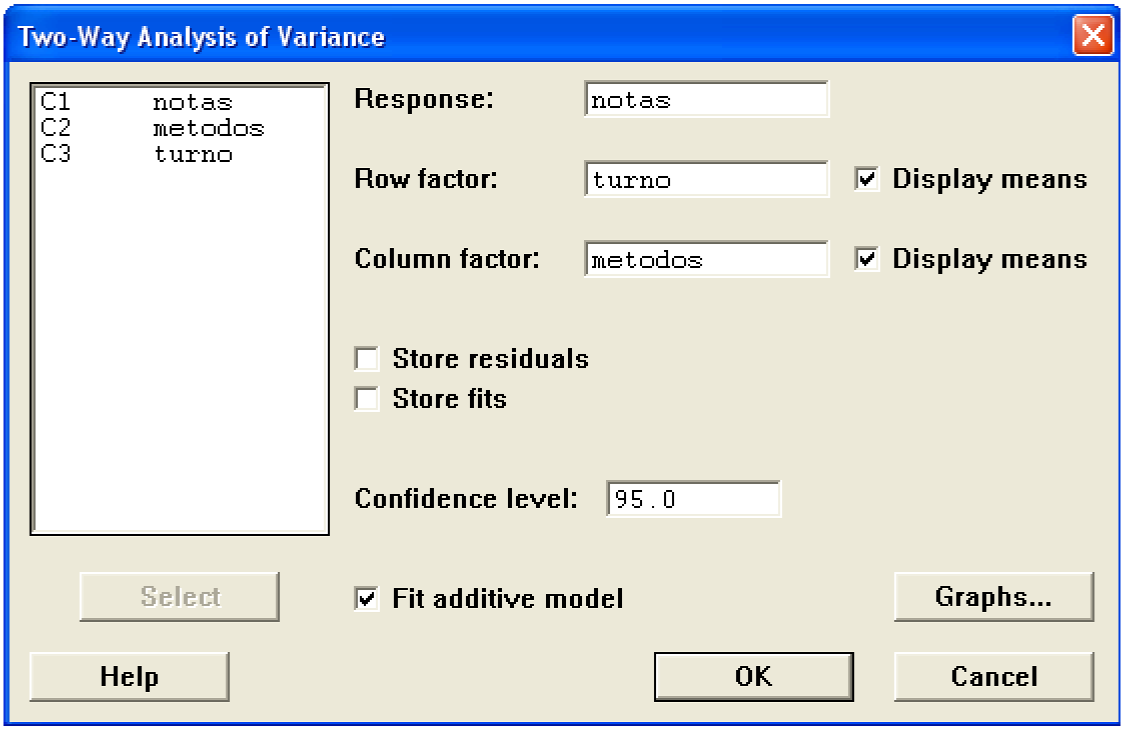

Figura 10.7. Ventana de diálogo para la opción **two-way** del menú **ANOVA.**

Los resultados son los siguientes:

Two-way ANOVA: nota versus turno, método

```
Source   DF       SS       MS      F      P
turno     2   481.33  240.667   4.41  0.034
método    2  1496.33  748.167  13.72  0.001
Error    13   708.83   54.526
Total    17  2686.50

S = 7.384   R-Sq = 73.61%   R-Sq(adj) = 65.50%


                Individual 95% CIs For Mean Based on
                Pooled StDev
turno      Mean  --------+---------+---------+---------+-
m       69.5000                    (---------*---------)
n       63.1667           (---------*---------)
t       56.8333  (---------*---------)
                 --------+---------+---------+---------+-
                      56.0      63.0      70.0      77.0


                 Individual 95% CIs For Mean Based on
                 Pooled StDev
método     Mean  -----+---------+---------+---------+----
a       74.3333                        (-----*------)
b       63.1667             (-----*------)
c       52.0000  (------*------)
                 -----+---------+---------+---------+----
                     50        60        70        80
```

Una mejor alternativa es usar la opción ***General Linear Model*** del menú **ANOVA** la cual permite analizar diseños de clasificación doble aún cuando no haya igual número de observaciones por celda y además tiene una opción que permite hacer comparaciones múltiples. Para el ejemplo anterior la ventana de diálogo lucirá así:

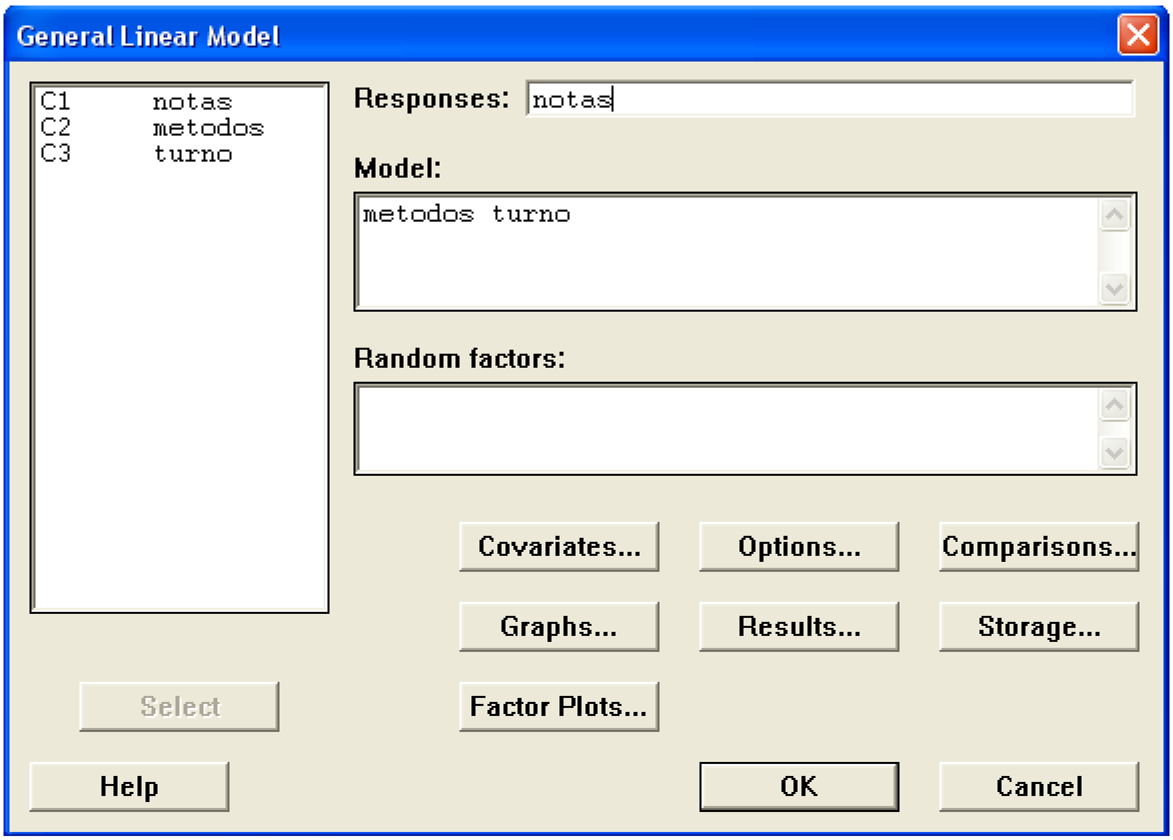

Figura 10.8 Ventana de diálogo para la opción **General Linear Model** de **ANOVA.**

Los resultados obtenidos serán:

General Linear Model: nota versus método, turno

```
Factor  Type   Levels  Values
método  fixed       3  a, b, c
turno   fixed       3  m, n, t


Analysis of Variance for nota, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS  Adj MS      F      P
método   2  1496.33  1496.33  748.17  13.72  0.001
turno    2   481.33   481.33  240.67   4.41  0.034
Error   13   708.83   708.83   54.53
Total   17  2686.50


S = 7.38415   R-Sq = 73.61%   R-Sq(adj) = 65.50
```

Interpretación: *Viendo los "P-values" correpondientes a ambos factores se llega a la conclusión de que en al menos uno de los métodos de enseñanza el rendimiento es distinto y que en al menos uno de los turnos los estudiantes rinden distinto a los de los otros dos turnos.*

Oprimiendo el botón **comparisons** se puede hacer comparaciones de medias de los dos factores. La ventana de diálogo se muestra en la siguiente figura:

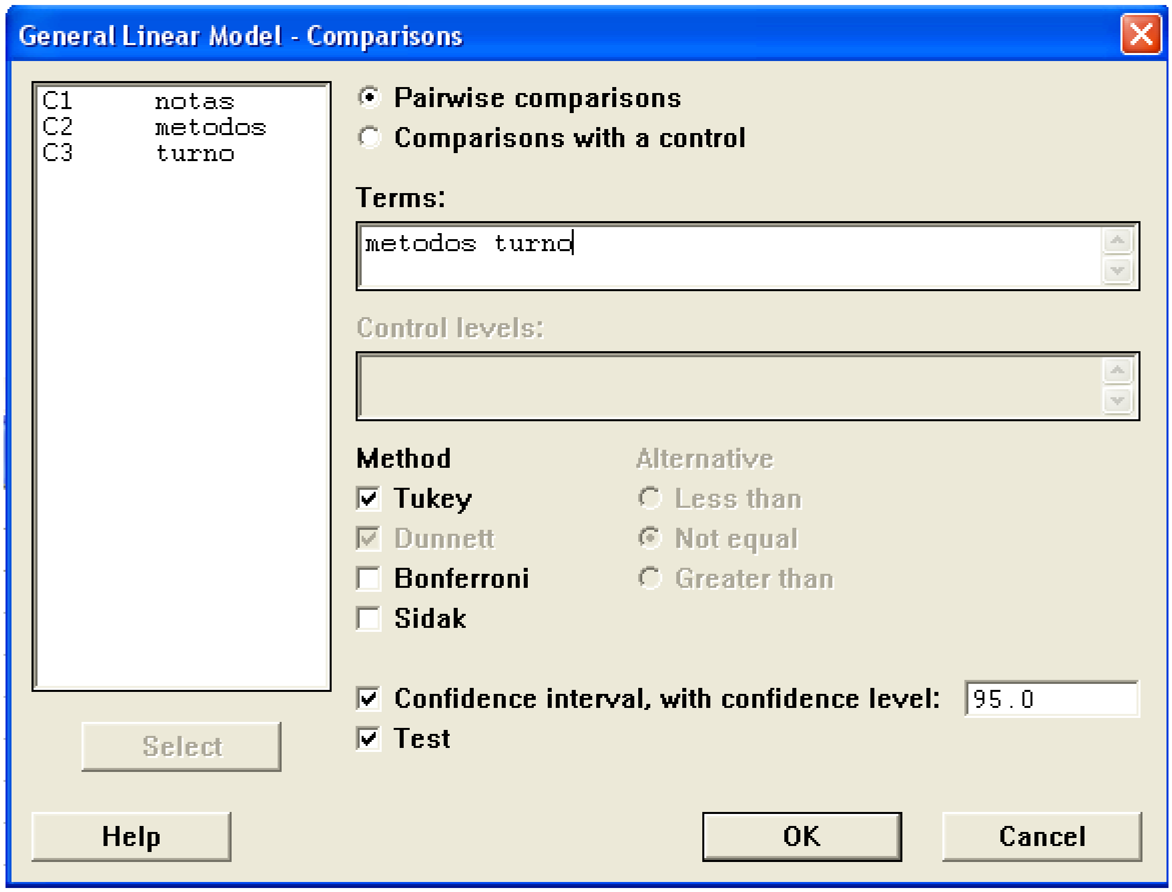

Figura 10.9. Ventana de diálogo para hacer comparaciones múltiples usando ***General Linear Model.***

y los resultados serán:

```
Tukey 95.0% Simultaneous Confidence Intervals
Response Variable Nota
All Pairwise Comparisons among Levels of Método
Método = a  subtracted from:

Método   Lower  Center   Upper  ----+---------+---------+---------+--
b       -22.41  -11.17    0.08              (----------*----------)
c       -33.58  -22.33  -11.09  (-----------*----------)
                                ----+---------+---------+---------+--
                                  -30       -20       -10         0
```

```
Método = b  subtracted from:

Método   Lower  Center    Upper  ----+---------+---------+---------+--
c       -22.41  -11.17  0.07766              (----------*----------)
                                 ----+---------+---------+---------+--
                                   -30       -20       -10         0


Tukey Simultaneous Tests
Response Variable Nota
All Pairwise Comparisons among Levels of Método
Método = a  subtracted from:

        Difference       SE of            Adjusted
Método    of Means  Difference  T-Value    P-Value
b           -11.17       4.263   -2.619     0.0520
c           -22.33       4.263   -5.239     0.0004


Método = b  subtracted from:

        Difference       SE of            Adjusted
Método    of Means  Difference  T-Value    P-Value
c           -11.17       4.263   -2.619     0.0520


Tukey 95.0% Simultaneous Confidence Intervals
Response Variable Nota
All Pairwise Comparisons among Levels of Turno
Turno = m  subtracted from:

Turno   Lower  Center   Upper      +---------+---------+---------+------
n      -17.58   -6.33   4.911              (-------------*-------------)
t      -23.91  -12.67  -1.422      (-------------*-------------)
                                   +---------+---------+---------+------
                               -24.0     -16.0      -8.0       0.0


Turno = n  subtracted from:

Turno   Lower  Center  Upper      +---------+---------+---------+------
t      -17.58  -6.333  4.911              (-------------*-------------)
                                  +---------+---------+---------+------
                              -24.0     -16.0      -8.0       0.0


Tukey Simultaneous Tests
Response Variable Nota
All Pairwise Comparisons among Levels of Turno
Turno = m  subtracted from:

       Difference       SE of            Adjusted
Turno    of Means  Difference  T-Value    P-Value
n           -6.33       4.263   -1.486     0.3293
t          -12.67       4.263   -2.971     0.0273


Turno = n  subtracted from:

       Difference       SE of            Adjusted
Turno    of Means  Difference  T-Value    P-Value
t          -6.333       4.263   -1.486     0.3293
```

Interpretación:
El método A es comparable con el B, pero no con el C. El método B es comparable con el C. El turno de la mañana es comparable con el turno de la noche pero no con el de la tarde. El turno de la noche es comparable con el de la tarde.

10.4 Modelos con Interacción

En un diseño de clasificación doble, algunas veces es conveniente cotejar si existe un efecto combinado de ambos factores en el comportamiento de la variable de respuesta, este efecto es llamado **Interacción.**

El efecto interacción puede ser detectado gráficamente, usando los llamados ***plots de interacción***. La ventana de diálogo de la opción **Interaction Plots** de **ANOVA** para los datos del ejemplo anterior se completará como se muestra en la figura 10.10. Los plots de interacción para los datos del ejemplo 10.3 son mostrados en la figura 10.11.

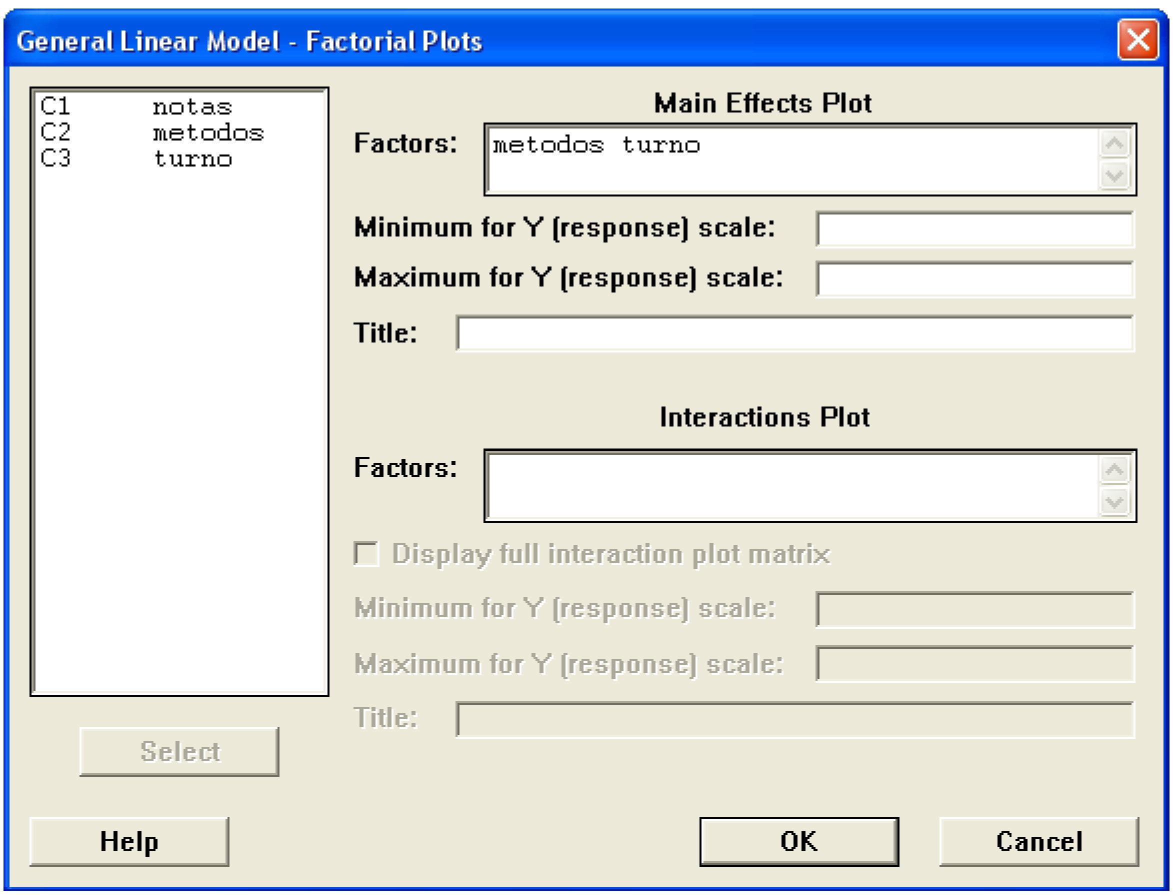

Figura 10.10. Ventana de diálogo para hacer los plots de interacción para el ejemplo 10.3

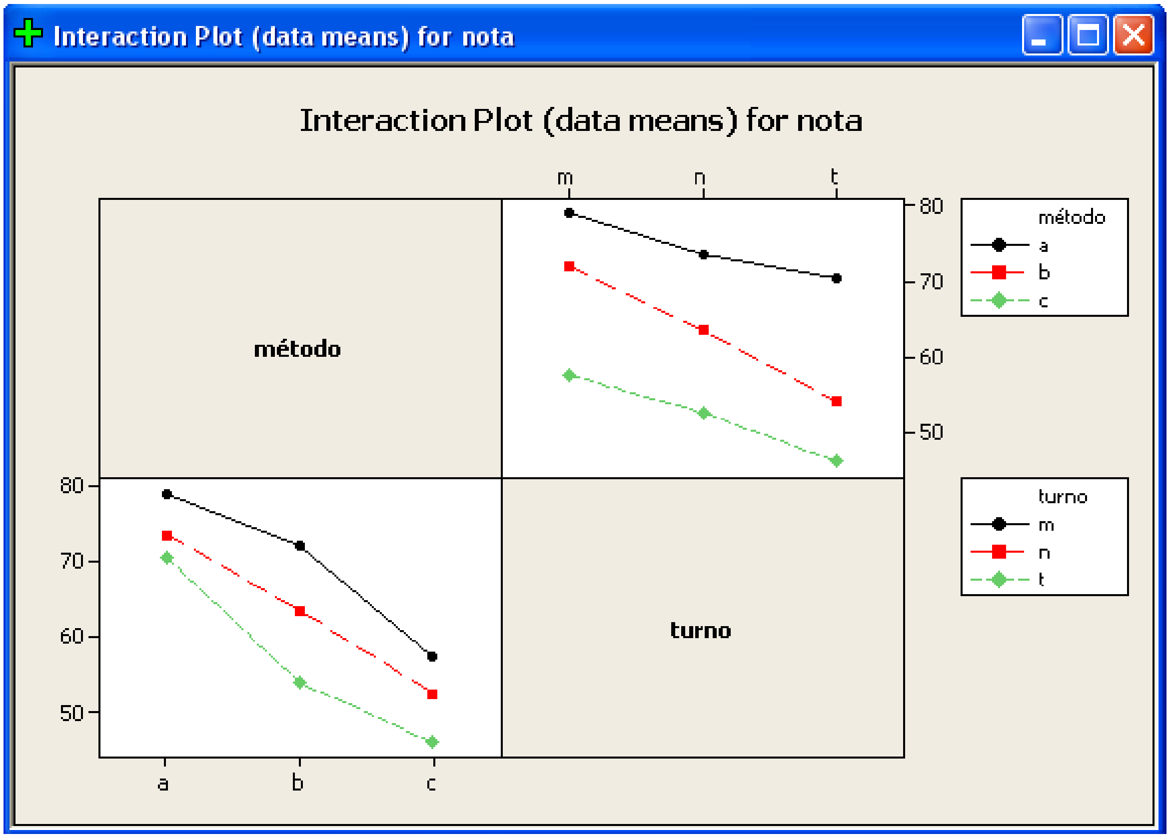

Figura 10.11 Interacción plots para el ejemplo 10.3

Interpretación: *Si hay cierto paralelismo entre las líneas entonces, hay muy poca interacción. Si las lineas se cruzan bastante entonces hay bastante interacción. En el ejemplo se puede ver que no hay interacción.*

En este caso además de las hipótesis acerca de igualdad de medias de grupos y de igualdad de medias de bloques hay una tercera hipótesis referente a Interacción:

H_o: No hay interacción entre grupos y bloques
H_a: Si hay interacción.

En **MINITAB** la tabla de Análisis de varianza es obtenida usando **two-way** con la opción **Fit Additve Model** sin ser elegida. Los resultados son como siguen:

```
MTB > Twoway 'nota' 'turno' 'metodo'.
```

Two-way Analysis of Variance

```
Analysis of Variance for nota
Source        DF        SS        MS        F        P
turno          2     481.3     240.7     3.29    0.085
método         2    1496.3     748.2    10.23    0.005
Interaction    4      50.3      12.6     0.17    0.947
Error          9     658.5      73.2
Total         17    2686.5
```

Otra alternativa es usar **General Linear Model**. La interacción está representada en el modelo por la expresión **método*turno**. Los resultados son como siguen:

```
MTB > GLM 'nota' = metodo turno método*turno;
SUBC>   Brief 2 .
```

General Linear Model

```
Factor     Type Levels Values
metodo    fixed      3 a b c
turno     fixed      3 m n t

Analysis of Variance for nota, using Adjusted SS for Tests

Source          DF     Seq SS     Adj SS     Adj MS       F      P
método           2    1496.33    1496.33     748.17   10.23  0.005
turno            2     481.33     481.33     240.67    3.29  0.085
método*turno     4      50.33      50.33      12.58    0.17  0.947
Error            9     658.50     658.50      73.17
Total           17    2686.50
```

Interpretación: *El valor del "P-value" para Interacción es .947 que lleva a concluir que se debe aceptar la hipótesis nula de que no existe interacción entre los factores, lo cual ya se habia concluido gráficamente.*

EJERCICIOS

1. Se toma una muestra de la produccion de 36 fincas donde se han sembrado 4 variedades de maíz y se observan los siguientes resultados:

VAR 1	VAR 2	VAR 3	VAR 4
29.5	30.1	23.7	35.7
24.7	29.0	26.4	36.9
28.0	26.6	26.5	35.0
31.5	36.4	37.5	36.5
39.8	36.6	34.6	34.9
29.8	35.3	35.6	48.2
33.8	54.7	39.7	41.3
37.7	53.2	46.2	43.3
35.5	31.4	34.2	51.7

a) ¿Habrá diferencia entre las producciones promedios de cada variedad de maíz? Escribir las hipótesis y comentar sus resultados.
b) Hacer Boxplots para comparar las producciones promedio por variedad Comentar la gráfica.

2. Los siguientes datos representan los niveles de colesterol para consumidores de tres tipos de carne:

Res	Cerdo	Pollo/Mariscos
241	245	249
218	197	222
261	199	221
190	162	215
238	191	207
256	182	193
248	160	205
224	180	227
225	208	203
238	227	180
178	174	200
185	209	154
194	225	211
224	271	204
221	187	169

a) ¿Habrá diferencia de niveles de colesterol entre los tres tipos de consumidores?. Escribir las hipótesis y comentar sus resultados.
b) Hacer Boxplots para comparar los niveles de colesterol por tipo de consumidor Comentar la gráfica.

3. Se hace un experimento para probar los efectos de 5 diferentes dietas en pavos. Se asignan al azar 6 pavos a cada una de las 5 dietas y, se los alimentó por un período fijo

de tiempo. Luego se registró la ganancia en peso en libras. Los resultados son como siguen.

dieta a	dieta b	dieta c	dieta d	dieta e
4.10000	5.20000	6.30000	6.50000	9.50000
3.30000	4.80000	6.50000	6.80000	9.60000
3.10000	4.50000	7.20000	7.30000	9.20000
4.20000	6.80000	7.40000	7.50000	9.10000
3.60000	5.50000	7.80000	6.90000	9.80000
4.40000	6.20000	6.70000	7.00000	9.10000

a) Probar si la ganancia en peso es la misma en todas las dietas.Justificar su contestación.
b) Hacer comparaciones múltiples para detectar qué dietas producen igual ganancia en peso. Comentar sus resultados.

4. Los siguientes datos representas los niveles de Sarcodiosis en 5 grupos de pacientes

A	B	C	D	E
102	64	130	82	123
74	56	136	51	113
63	42	137	72	138
67	39	107	77	126
68	29	155	45	135
58	42	137	85	138
77	61	138	80	124
55	67	120	51	102
80	40	138	76	125
78	89	165	95	103
87	47	138	82	124
89	44	163	92	128

a) Probar si los niveles de sarcodiosis son los mismos para los 5 grupos.Justificar su contestación.
b) Hacer comparaciones múltiples para detectar qué tipos de pacientes tienen iguales niveles de sarcodiosis. Comentar sus resultados

5. Se toma una muestra de los salarios y de los años de educacion de 48 empleados de 4 departamentos de una cierta empresa y se observan los siguientes resultados:

Filas: **EDUC** Columnas: **DEPT**

	1	2	3	4
0	29548	30115	23654	35487
	24749	28985	26452	36487
	27985	26578	26548	34987
4	31528	36431	37548	36512
	39828	36571	34632	34869
	29876	35468	35631	48184

Educ: Años de educacion después de la escuela superior

Dept: 1 = ventas, 2 = compras, 3 = publicidad, y 4 = ingenieria.

6	33791	54679	39743	41255
	37674	53234	46211	43331
	35467	31425	34231	51698
10	28985	24782	36578	65487
	32920	56326	68425	58695
	31889	47536	69246	54899

a) ¿Habrá diferencia entre los salarios promedios de cada departamento?
b) Hacer Boxplots para comparar los salarios promedios por departamentos. Comentar la gráfica
c) Hacer comparaciones múltiples para comparar los salarios promedios por departamento. ¿A qué conclusión se llegará?
d) Hacer un análisis de clasificación doble para ver si la variable educación afecta a la comparación de los salarios por departamentos. ¿A qué conclusiones se llegará?

6. Se seleccionaron al azar ministros de 3 religiones: 8 metodistas, 10 católicos y 9 pentecostales y, se desea probar si poseen el mismo conocimiento sobre enfermedades mentales. Los resultados de un test para medir sus conocimientos son los siguientes:

Metodista	Católico	Pentecostal
32	32	28
30	32	21
30	26	15
29	26	15
26	22	14
23	20	14
18	14	09
19	16	11
	14	08
	15	

a) Probar si los ministros de las 3 religiones poseen igual conocimiento de enfermedades mentales.
b) Usar comparaciones múltiples para comparar los 3 grupos. Comentar sus resultados.
c) Hacer un boxplot para comparar los 3 grupos. Comentar su gráfica

7. Una panadería desea saber si hay un efecto de la posición (abajo, en medio, arriba) en que se colocan en los anaqueles, y del ancho de los anaqueles (normal, bastante ancho), en la venta de sus panes. Se registran el número de bolsas de panes vendidas diariamente en 24 supermercados, y los datos que se obtienen son:

Posición	Ancho del anaquel	
	Normal	Bastante Ancho
Abajo	47 43 50 55	46 40 41 38

En Medio	62 68 65 70	67 71 65 69
Arriba	41 39 35 37	42 46 40 45

a) Hacer una prueba de análisis de varianza para probar las hipótesis de que los promedios de ventas son los misnos para cada posición . Comentar sus resultados
b) Hacer una gráfica de boxplots para comparar los promedios de ventas según la posición, comentar su gráfica.
c) Hacer comparaciones de medias para identificar las posiciones en los anaqueles que producen en promedio iguales ventas de los panes.
d) Hacer un diseño de clasificación doble para determinar si hay un efecto del ancho del anaquel en las ventas promedio según la posición. ¿A qué conclusión se llegará?