

Universidad de Puerto Rico en Aguadilla
Departamento de Matemáticas
Examen I
Cálculo II sección L06
24 de septiembre de 2004

Prof José Neville Díaz Caraballo.

Nombre _____

Instrucciones. Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios mostrando todo su trabajo.

1. Resuelva la siguiente integral $\int \frac{1}{\sqrt{1-(x+1)^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \sin^{-1}(u) + C = \sin^{-1}(x+1) + C$

2. Resuelva la siguiente integral $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx = -\int \frac{du}{1+u^2} = -\tan^{-1} u + C = -\tan^{-1}(\cos x) + C$
 $\cos x \quad du = -\sin x dx$

3. Resuelva la siguiente integral $\int \frac{1}{x^2-2x+2} dx = \int \frac{dx}{(x^2-2x+1)+1} = \int \frac{dx}{(x-1)^2+1^2} = \tan^{-1}(x-1) + C$

4. Resuelva la siguiente integral $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{25-x^2}} dx = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{5^2-x^2}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{5} \Big|_0^4 = \sin^{-1} \frac{4}{5} - \sin^{-1} 0 = \sin^{-1} \frac{4}{5}$

5. Resuelva la siguiente integral $\int \frac{e^{1/t}}{t^2} dt = -\int e^u du = -e^u + C = -e^{\frac{1}{t}} + C$

6. Resuelva la siguiente integral $\int \sec^3 x dx = \sec x \tan x - \int \sec x \tan^2 x dx = \sec x \tan x - \int \sec x (\sec^2 x - 1) dx = \sec x \tan x - \int \sec^3 x dx + \int \sec x dx$

$$2 \int \sec^3 x dx = \sec x \tan x + \int \sec x dx$$
$$\int \sec^3 x dx = \frac{1}{2} [\sec x \tan x + \ln |\sec x + \tan x|] + C$$

7. Resuelva la siguiente integral $\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + C$

8. Resuelva la siguiente integral $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right) dx = \pi$

9. Resuelva la siguiente integral $\int x\sqrt{1+x^2} dx = \int \tan \theta \sqrt{1+\tan^2 \theta} \sec^2 \theta d\theta = \int \tan \theta \sec^3 \theta d\theta = \int \sec^2 \theta \tan \theta \sec \theta d\theta = \frac{(\sec \theta)^3}{3} + C$

10. Resuelva la siguiente integral $\int \frac{5-x}{2x^2+x-1} dx$

$$\frac{5-x}{2x^2+x-1} = \frac{3}{2x-1} - \frac{2}{x+1}$$
$$\int \left(\frac{3}{2x-1} - \frac{2}{x+1} \right) dx = \frac{3}{2} \ln \left(x - \frac{1}{2} \right) - 2 \ln (x + 1) + C$$

11. Calcule los siguientes límites

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - (1+x)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{6x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{6} = \frac{1}{6}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{e^x} = 0$$

12. Calcule la siguiente integral $\int_0^1 \frac{1}{1-x^2} dx = \lim_{t \rightarrow 1} \int_0^t \frac{1}{1-x^2} dx = \lim_{t \rightarrow 1} \tan^{-1}(t) = \frac{1}{4}\pi$

Bono: Resuelva la siguiente integral $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin(e^x) + C$