

TEORIA DE CONJUNTOS

MATE 3041

Profa. Milena R Salcedo V.



CONJUNTOS

En matemáticas el concepto de conjunto es considerado primitivo y no se da una definición de este, por lo tanto la palabra CONJUNTO debe aceptarse lógicamente como un término no definido.



Un conjunto se puede entender como una colección o agrupación bien definida de objetos de cualquier clase. **Los objetos** que forman un conjunto son llamados **miembros o elementos** del conjunto.

Ejemplo:

En la siguiente figura se observa un Conjunto de Personas



NOTACIÓN DE CONJUNTOS

Todo conjunto se escribe entre llaves $\{ \}$ y se le denota mediante letras mayúsculas A, B, C, \dots ; sus elementos se separan mediante punto y coma.

Ejemplo:

El conjunto de las letras del alfabeto; a, b, c, \dots, x, y, z . se puede escribir así:

$$L = \{ a; b; c; \dots; x; y; z \}$$



En teoría de conjuntos no se acostumbra repetir los elementos por ejemplo:

El conjunto $\{x; x; x; y; y; z\}$ simplemente será $\{x; y; z\}$.

Al número de elementos que tiene un conjunto Q se le llama **CARDINAL DEL CONJUNTO** y se le representa por $n(Q)$.

Ejemplo:

$$A = \{a; b; c; d; e\} \text{ su cardinal } n(A) = 5$$

$$B = \{x; ; y; z\} \text{ su cardinal } n(B) = 3$$



RELACIÓN DE PERTENENCIA

Para indicar que un elemento **pertenece** a un conjunto se usa el símbolo: \in

Si un elemento **no pertenece** a un conjunto se usa el símbolo: \notin

Ejemplo: Sea $M = \{2; 4; 6; 8; 10\}$

$2 \in M$ se lee 2 pertenece al conjunto M

$5 \notin M$ se lee 5 no pertenece al conjunto M



DEFINICIÓN DE CONJUNTOS

Hay varias formas de definir un conjunto: por
Mediante palabras, por extensión y por
Comprensión.

I. MEDIANTE PALABRAS

II. **POR COMPRENSIÓN:** Es aquella forma
mediante la cual se da una propiedad que
caracteriza a todos los elementos del conjunto.

III. **POR EXTENSIÓN:** Es aquella forma mediante la
cual se indica o se lista cada uno de los
elementos del conjunto.



Ejemplo 1:

- El conjunto de los números naturales pares mayores que 5 y menores que 20. (I)
- $A = \{6; 8; 10; 12; 14; 16; 18\}$ (II)
- $A = \{x/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 20\}$ (III)

Ejemplo 2:

- $P = \{\text{los números dígitos}\}$ (I)
- $P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (II)
- $P = \{x/x = \text{dígito}\}$ (III)



Ejercicio:

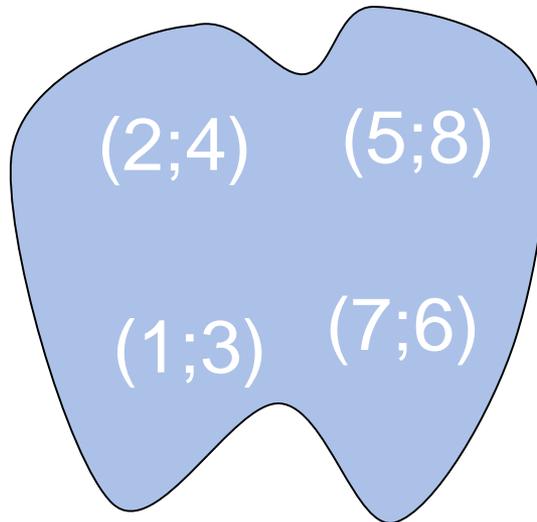
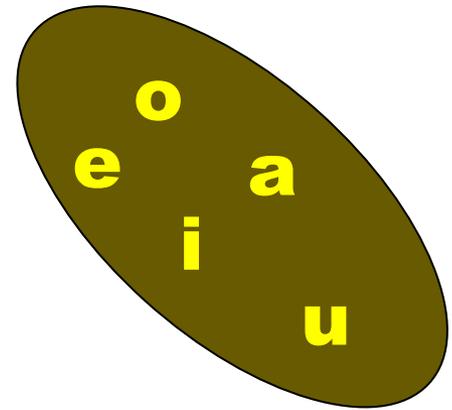
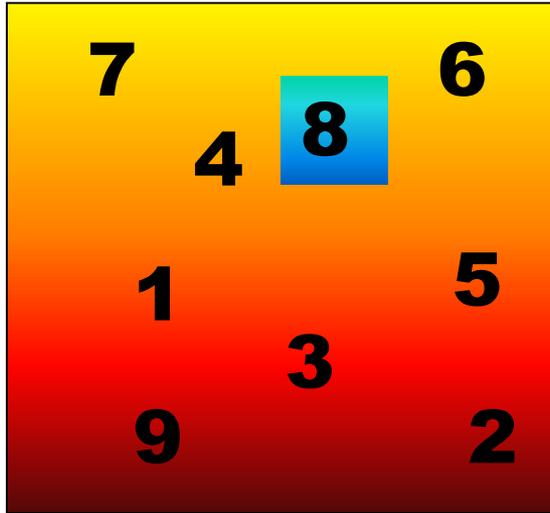
Expresar por extensión y por comprensión el conjunto de días de la semana.



DIAGRAMAS DE VENN

Los diagramas de Venn se deben al filósofo inglés John Venn (1834 - 1883) sirven para representar conjuntos de manera gráfica; mediante dibujos ó diagramas que pueden ser círculos, rectángulos, triángulos o cualquier curva cerrada.





CONJUNTOS ESPECIALES

CONJUNTO VACIO: Es un conjunto que no tiene elementos, también se le llama conjunto nulo. Generalmente se le representa por los símbolos:

\emptyset • $\{\}$

$A = \emptyset$ o $A = \{\}$ se lee: “A es el conjunto vacío” o “A es el conjunto nulo”

Ejemplo:

$$M = \{ \text{números mayores que 9 y menores que 5} \}$$
$$M = \emptyset$$



CONJUNTOS ESPECIALES

CONJUNTO UNITARIO O ELEMENTAL: Es el conjunto que tiene un solo elemento.
Ejemplo: $A = \{1\}$

CONJUNTO UNIVERSAL: Es el conjunto referencial que contiene a todos los elementos de una situación particular, generalmente se representa por la letra U

Ejemplo:

$$K = \{x / x \text{ es un natural menor que } 5\}$$

En este caso

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}$$

$$K = \{1, 2, 3, 4\}$$



CONJUNTOS ESPECIALES

CONJUNTO FINITO: Es el conjunto con limitado número de elementos. Ejemplo:

$E = \{x/x \text{ es un número cardinal impar menor que } 10\}$

$$E = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

CONJUNTO INFINITO: Es el conjunto con ilimitado número de elementos.

$$R = \{x / x < 6\}$$



RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

INCLUSIÓN

Un conjunto **A** está incluido en otro conjunto **B**, sí y sólo sí, todo elemento de **A** es también elemento de **B**. Si esto sucede entonces se dice que **A** es subconjunto de **B**.

Notación:

\subset	\subseteq
Incluido	incluido o igual
Contenido	Contenido
Subconjunto propio	Subconjunto



RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

$A \subset B$ significa que :

- A esta contenido en B
- A esta incluido en B
- A es **subconjunto propio** de B

$A \subseteq B$ significa que :

- A esta contenido en B
- A esta incluido en B
- A es **subconjunto** de B, pero pueden ser iguales los conjuntos.

PROPIEDADES

- I. Todo conjunto está incluido en si mismo.
- II. El conjunto vacío se considera incluido en cualquier conjunto.
- III. A es subconjunto de B ($A \subseteq B$) equivale a decir que B incluye a A ($B \supseteq A$)
- IV. A es subconjunto propio de B ($A \subset B$) equivale a decir que B incluye a A ($B \supset A$)
- V. Si A no está incluido en B o A no es subconjunto de B significa que por lo menos un elemento de A no pertenece a B $A \not\subseteq B$.
- VI. A no es subconjunto propio de B significa que por lo menos un elemento de A no pertenece a B $A \not\subset B$.
- VII. Simbólicamente: $A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$



IGUALDAD DE CONJUNTOS

Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.

Ejemplo:

es decir : $A = \{-3, 3\}$ y $B = \{-3, 3\}$, por lo tanto $A = B$

Simbólicamente :

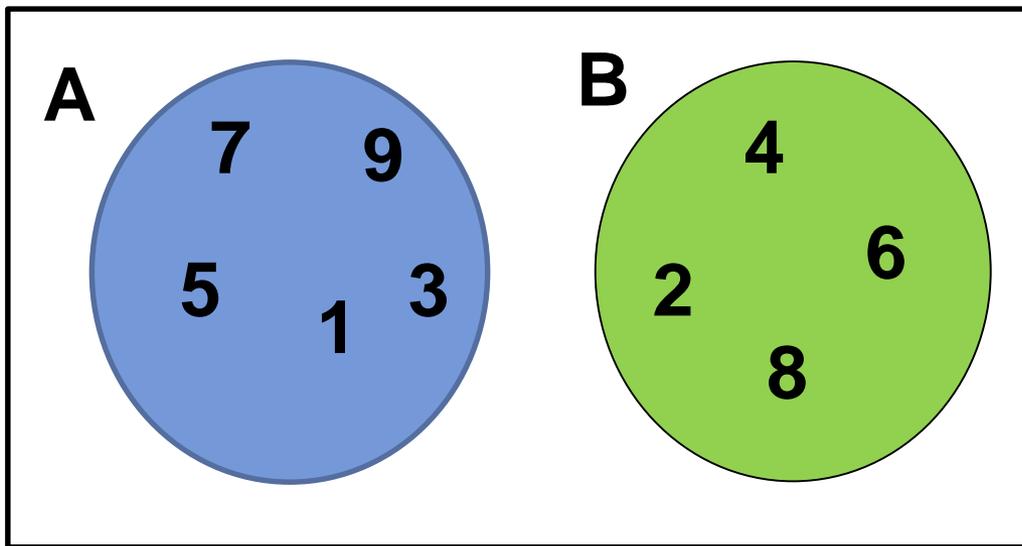
$$A = B \Leftrightarrow (A \subset B) \wedge (B \subset A)$$



CONJUNTOS DISJUNTOS

Dos conjuntos son disjuntos cuando no tienen elementos comunes.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA :



Como puedes observar los conjuntos A y B no tienen elementos comunes, por lo tanto son **CONJUNTOS DISJUNTOS**



CONJUNTO POTENCIA

El conjunto potencia de un conjunto A denotado por $P(A)$ o $Pot(A)$ es el conjunto formado por todos los subconjuntos de A .

Ejemplo: Sea $A = \{m, n, p\}$

Los subconjuntos de A son

$\{m\}; \{n\}; \{p\}; \{m, n\}; \{m, p\}; \{n, p\}; \{m, n, p\}; \emptyset$

Entonces el conjunto potencia de A es:

$n(A) = \{\{m\}; \{n\}; \{p\}; \{m, n\}; \{m, p\}; \{n, p\}; \{m, n, p\}; \emptyset\}$

¿CUÁNTOS ELEMENTOS TIENE EL CONJUNTO POTENCIA DE A ?



Observa que el conjunto A tiene 3 elementos y su conjunto potencia o sea $P(A)$ tiene 8 elementos.

PROPIEDAD:

Dado un conjunto A cuyo número de elementos es n , entonces el número de elementos de su conjunto potencia es 2^n

Ejemplo:

Dado el conjunto

$$B = \{x/x \text{ es un número par y } 5 < x < 15\}.$$

Determinar el cardinal de $P(B)$.



CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números Naturales (N) $N=\{1;2;3;4;5;.....\}$

Números Enteros (Z) $Z=\{...;-2;-1;0;1;2;.....\}$

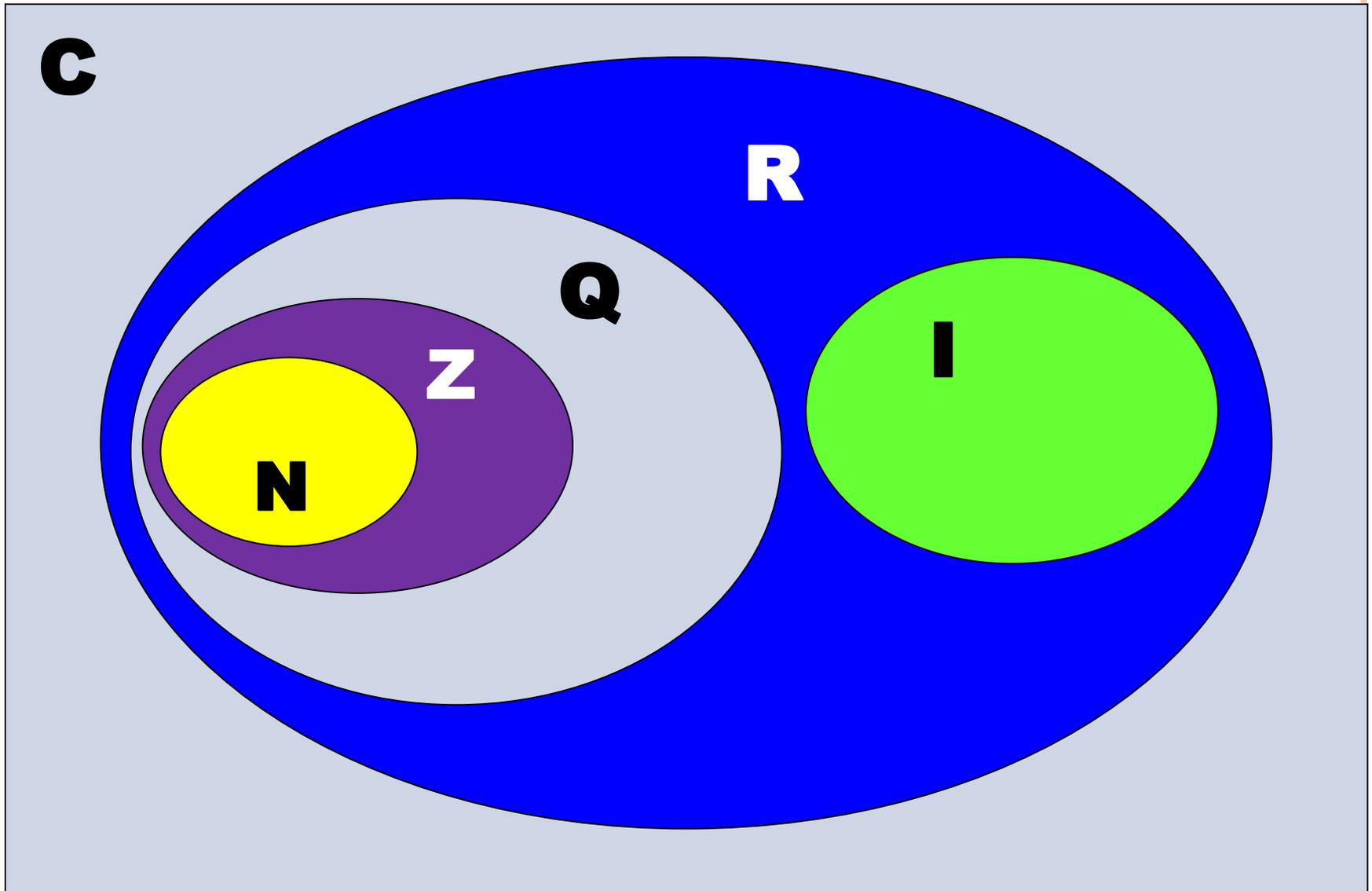
Números Racionales (Q)
 $Q=\{...;-2;-1;-\frac{1}{2};0;\frac{1}{5};\frac{1}{2};1;\frac{4}{3};2;.....\}$

Números Irracionales (I) $I=\{...;\sqrt{2};\sqrt{3};\pi;.....\}$

Números Reales (R)
 $R=\{...;-2;-1;0;1;\sqrt{2};\sqrt{3};2;3;.....\}$

Números Complejos (C)
 $C=\{...;-2;-\frac{1}{2};0;1;\sqrt{2};\sqrt{3};2+3i;3;.....\}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS



OPERACIONES ENTRE EVENTOS

En muchas aplicaciones, estamos interesados simultáneamente en uno o más conjuntos. Por ejemplo: si se lanza un dado, Consideremos dos conjuntos:

1. A: “el número resultante es un múltiplo de 2”
2. B: “el número resultante es mínimo un 5”.

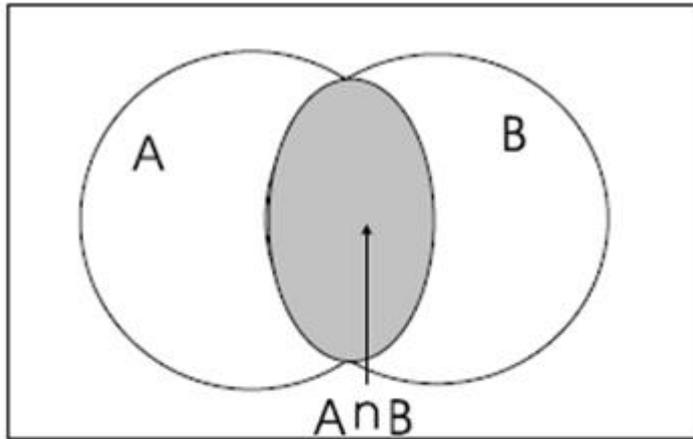
C: “el número resultante es un múltiplo de 2” y “el número resultante es mínimo un 5”.



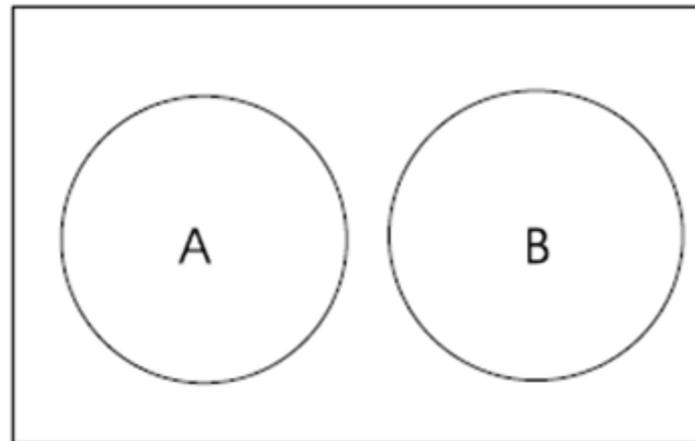
INTERSECCIÓN ENTRE EVENTOS

Sean A y B dos conjuntos dentro de un conjunto universal. Su intersección, simbolizada por $A \cap B$, es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A y a B . Por tanto, la intersección $A \cap B$ está conformada por los elementos comunes en A y B .





$A \cap B$ es el área sombreada

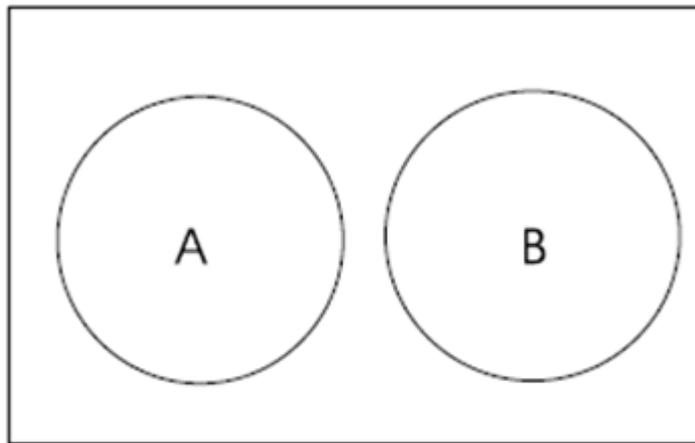


A y B no tiene elementos en común



EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Cuando dos conjuntos A y B no tienen elementos en común, se dice que A y B son mutuamente excluyentes (o disyuntos) y su intersección $A \cap B$ es el conjunto vacío.

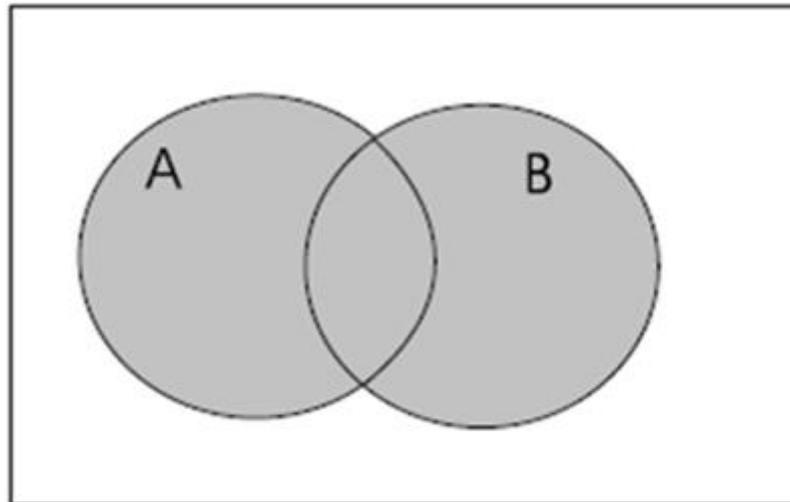


A y B no tiene elementos en común



UNIÓN ENTRE EVENTOS

El conjunto “A unión B” que se representa así $A \cup B$, es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A, a B o a ambos conjuntos.

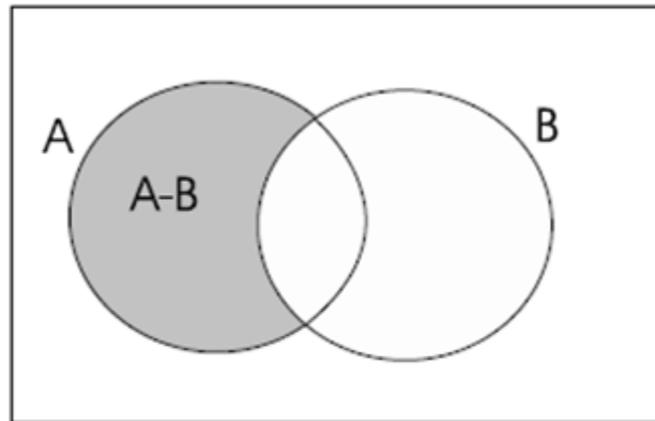


$A \cup B$ es el área sombreada



DIFERENCIA ENTRE EVENTOS

La diferencia entre los conjuntos A y B , se simboliza por $A - B$, es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A , pero no pertenecen a B .

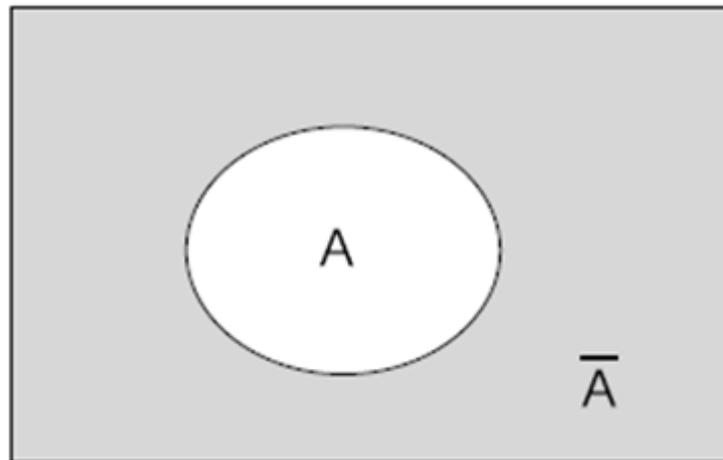


$A - B$ es el área sombreada



COMPLEMENTO DE EVENTOS

Dado un conjunto universal U y un conjunto A , se llama complemento de A al conjunto formado por todos los elementos del universo que no pertenecen al conjunto A . Se simboliza por:



\bar{A} es el área sombreada



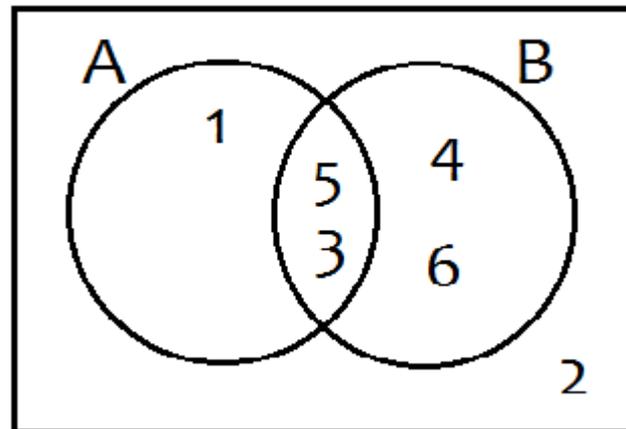
EJEMPLO: Sea

A: “obtener un número impar cuando se lanza un dado”

B: “obtener mínimo un 3 cuando se lanza un dado”.

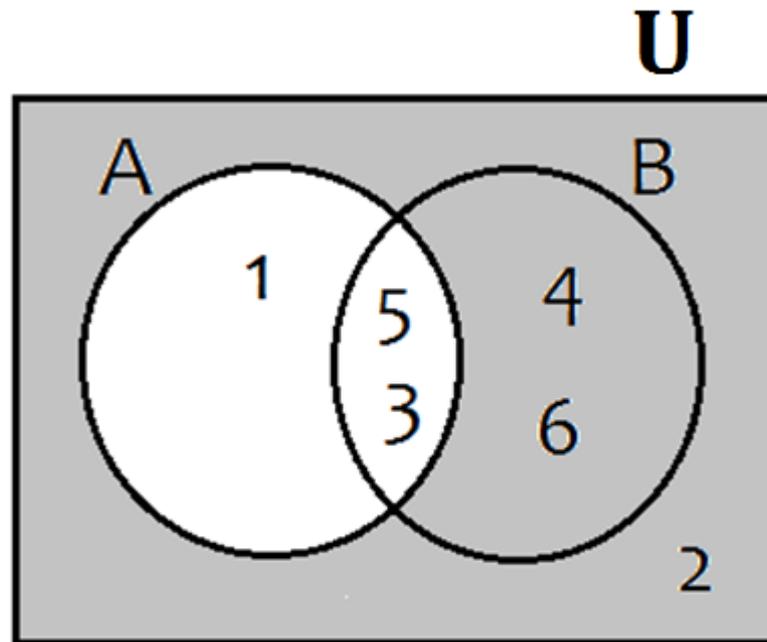
$$A = \{1, 3, 5\} \quad B = \{3, 4, 5, 6\}$$

Entonces el diagrama de ven sería



- Los complementos de estos conjuntos son, respectivamente,

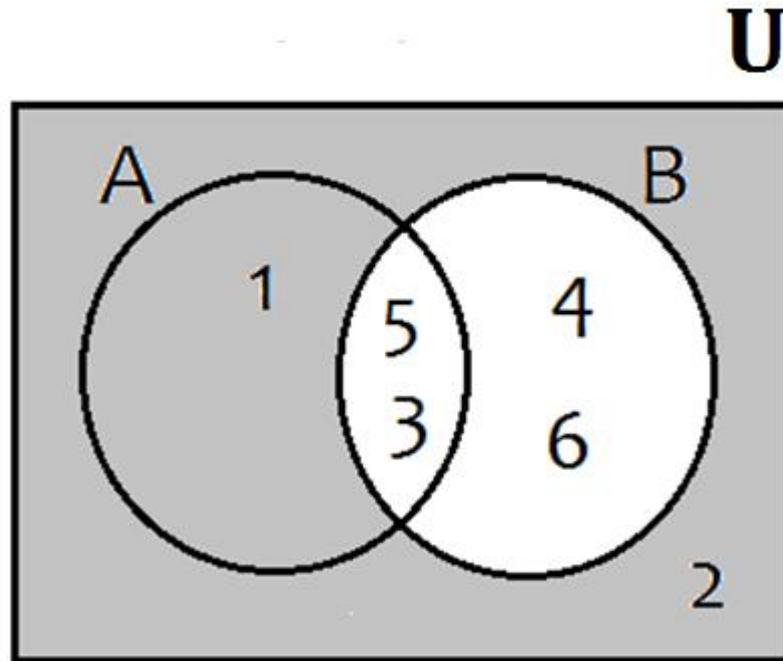
$$A^c = \{2, 4, 6\}$$



\bar{A} es la parte sombreada



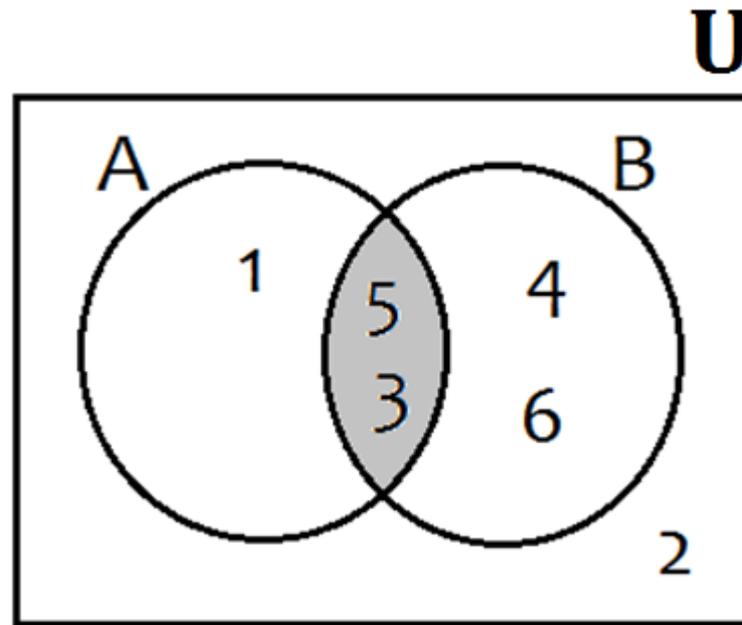
$$B = \{1, 2\}$$



\bar{B} es la parte sombreada



- La intersección de A y B es el conjunto $A \cap B = \{3, 5\}$.

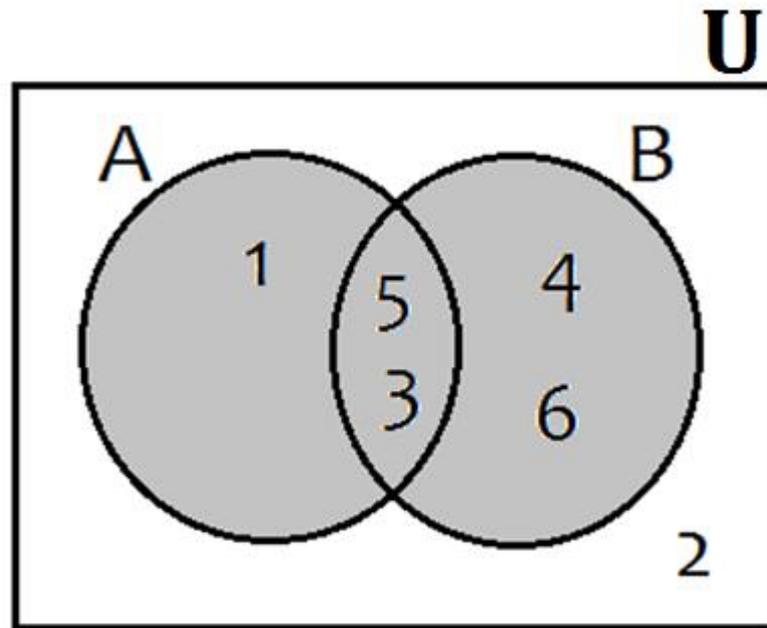


$A \cap B$ es la parte sombreada



- La unión de A y B es el conjunto

$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

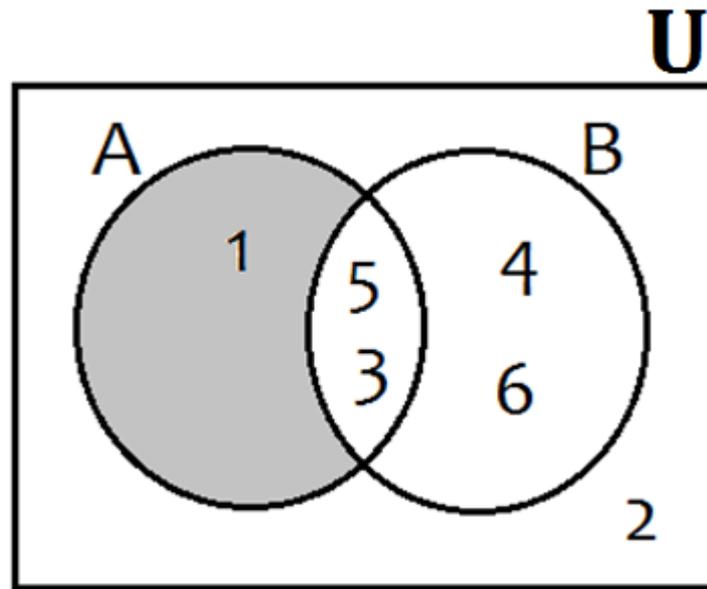


$A \cup B$ es la parte sombreada



- La diferencia de A y B es el conjunto

$$A - B = \{1\}$$

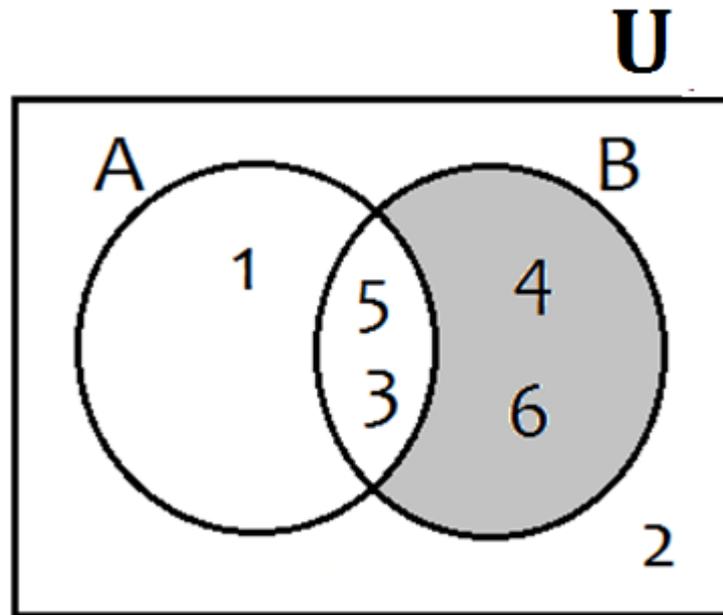


A - B es la parte sombreada



- La diferencia de B y A es el conjunto

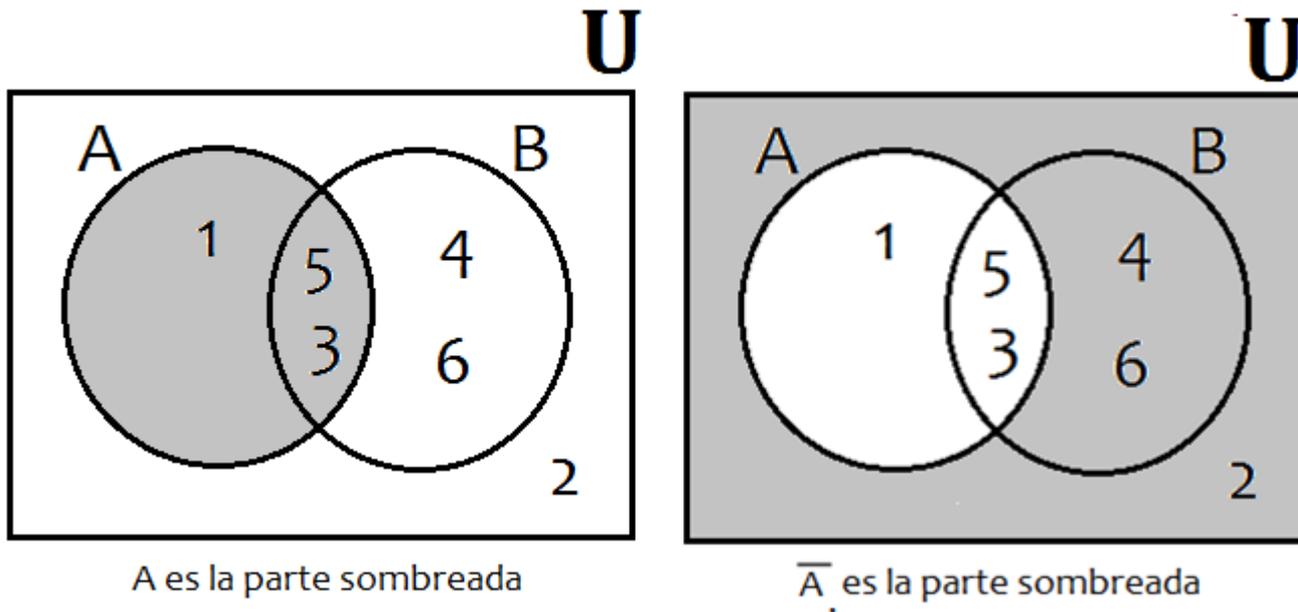
$$B - A = \{4, 6\}$$



$B - A$ es la parte sombreada



$$A = \{1, 3, 5\}$$
$$\bar{A} = \{2, 4, 6\}$$



Observemos también que los conjuntos A y \bar{A} no tienen elementos en común.

