UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO EN AGUADILLA
Departamento de Matemáticas

PRONTUARIO

Profesor : __________________	Nombre del estudiante :__________________________________
Oficina : _________	Sección : __________
Horas de oficina : ________________	

I. Título del curso : **Introducción al álgebra lineal**

II. Codificación : **Mate 4031**

III. Texto : Algebra Lineal con aplicaciones, Cuarta Edición (*)
Gareth Williams
McGraw-Hill, Méjico, 2002
ISBN : 970-10-3838-x

(*) Nota: Algunos ejercicios se resolverán usando la computadora. Para ello se utilizará el programado MUPAD. Un especialista dará una orientación general de hora y media sobre el uso de este programado en el curso. Si el estudiante quiere adquirir un libro de texto sobre este programa, se le recomienda el siguiente:

MuPAD Pro Computing Essentials, 2nd edition
M. Majewswki
Springer, New York, 2000

NO ES OBLIGATORIO ADQUIRIR ESTE SEGUNDO LIBRO.

IV. Número de horas/crédito: Tres créditos. Tres horas contacto semanales para un total de cuarenta y cinco horas en el semestre.

V. Requisito previo: Mate 3032 (Cálculo II)

VI. Descripción del curso:

Algebra de matrices, determinantes, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales de dimensión finita, dependencia e independencia lineal, bases, espacios euclideanos, transformaciones lineales, la matriz de una transformación lineal, transformaciones de similitud, vectores y valores característicos, productos internos, normas, proyección ortogonal, ortogonalización de Gram-Schmidt.

VII. Objetivos generales:

Al finalizar el curso el estudiante estará preparado para:

A. Manejar con soltura y fluidez las ideas, los conceptos, el vocabulario y la teoría básica del álgebra lineal.

B. Formular modelos matemáticos y aplicar los métodos del álgebra lineal para analizar, resolver e interpretar las soluciones de problemas prácticos de aplicación en diversas materias que requieren de estructuras algebraicas lineales.

C. Llevar a cabo (a mano o por computadora) los cómputos matemáticos que se requieren para trabajar con estructuras algebraicas lineales.

D. Desarrollar las destrezas de razonamiento abstracto a través de la demostración de algunos teoremas sobre la teoría de los sistemas de ecuaciones lineales, matrices y espacios vectoriales.

E. Pensar analíticamente; expresarse con claridad, propiedad y precisión; y presentar sus ideas ordenadamente.

VIII. Objetivos específicos y distribución de tiempo:

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
1	Repaso(**) (Destrezas aprendidas en Precálculo II y Cálculo II)	• Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el Método de Eliminación de Gauss-Jordan. • Ejecutar operaciones básicas con matrices • Evaluar determinantes • Hallar la inversa de una matriz • Ejecutar operaciones básicas con vectores	Se asignarán trabajos individuales para entregar en los cuales los estudiantes practicarán estas destrezas a través de problemas de aplicación tomados de los Capítulos 1,2 y 3, y de los artículos 4.1 y 4.2 del libro de texto, así como de otras fuentes bibliográficas. Véase Anejo sobre temas que se incluirán en los trabajos individuales.
2-3	(5.1) Espacios vectoriales (5.2) Subespacios	• Definir el concepto de espacio vectorial y establecer sus propiedades. • Brindar ejemplos de espacios vectoriales de uso común en los cursos de Matemáticas y demostrar que cumplen con los axiomas de la definición. • Determinar si un conjunto con dos operaciones definidas de suma y multiplicación es un espacio vectorial. • Demostrar propiedades de los espacios vectoriales a partir de los axiomas que los definen. • Definir el concepto de subespacio de un espacio vectorial. • Determinar y demostrar si un subconjunto no-vacío $\boldsymbol{S}$ de un espacio vectorial V es subespacio de V. • Hallar el espacio nulo $N(A)$	Págs. 212-213: (1, 3, 4, 5b, 7a,c, i) Págs. 218-219: (1d, 2c, 3a, 6c, 7d, 8e, 9a, 9c, 12a, 19a,c,e,f, 22, 23, 25a, 25b, 28b). Se proveerán ejercicios adicionales de práctica.

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
		de una matriz *A* de orden *m* x *n*. • Usar el concepto de subespacio para identificar códigos lineales en un problema de canal binario en teoría de código.	
4	(5.3) Combinaciones lineales de vectores	• Determinar si un vector es una combinación lineal de otros vectores dados. • Determinar y demostrar si un conjunto dado es conjunto generador (o generatriz) de un espacio vectorial. • Determinar y demostrar si un subespacio es subespacio generado por un subconjunto no-vacío ***S*** de un espacio vectorial *V*. • Determinar si un vector está en el conjunto generado por ***S***. • Demostrar si dos subespacios son iguales.	Págs. 229-231 (1c, 3d, 6c, 7d, 8c, 15, 16, 21b, 22b, 23b, 24) Se proveerán ejercicios adicionales de práctica.
5-6	(5.4) Dependencia e independencia lineal.	• Usar las definiciones para determinar si en un conjunto dado de vectores éstos son linealmente dependientes o independientes, e interpretar geométricamente dichos conceptos. • Usar determinantes (por ejemplo: el Wronskiano) para decidir si un conjunto de vectores es linealmente independiente o dependiente. • Determinar si un conjunto generador de un espacio vectorial es mínimo, demostrando que sus elementos son linealmente independientes. • Hacer demostraciones sencillas en las que se empleen las propiedades de los conjuntos de vectores linealmente independientes o dependientes.	Págs. 236-238 (1a, 2c, 3a, 4c, 5a, 6d, 7c, 8c, 10c, 10f, 11, 12a, 13a). Se proveerán ejercicios adicionales de práctica.

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
7-8	(5.5) Bases y dimensión (7.3) Cambios de base en R^n	• Definir el concepto de base de un espacio vectorial y brindar ejemplos de las bases canónicas (o estándares) de espacios vectoriales de uso común en las Matemáticas. • Determinar y demostrar si un conjunto dado de vectores forma una base para un espacio vectorial. • Hallar la dimensión de un espacio vectorial y de un subespacio. • Brindar ejemplos de espacios vectoriales de dimensión finita y de dimensión infinita. • Construir bases para espacios vectoriales agrandando o disminuyendo la cantidad de vectores en un conjunto dato. • Hallar la matriz de transición entre dos bases ordenadas cualesquiera de los espacios vectoriales $\Re^2$ o $\Re^3$. • Determinar las coordenadas de un vector en $\Re^2$ o $\Re^3$ cuando se cambia de una base ordenada a otra.	Págs. 246-248 (3b, 4a, 6b, 6d, 7,8,13,16c, 17d, 18a, 18d, 19a, c,e,26) Pág. 350 (1,2,6,7,10,12)
9	(5.6) Rango de una matriz	• Determinar el rango de una matriz utilizando la definición. • Determinar la forma escalonada reducida de una matriz y usarla para determinar una base para el espacio renglón (espacio fila) o columna y el rango de la matriz. • Determinar bases para subespacios de $\Re^n$ generadas por conjuntos dados de vectores.	Págs. 256-257 (1a, 2e, 3c, 4a, 5b, 6c, 7c, 8)
10-11	(5.7) Vectores ortonormales y proyecciones en R^n	• Determinar si un conjunto dado de vectores es ortogonal u ortonormal. • Expresar un vector dado como una combinación lineal de los vectores de una base ortonormal.	Págs. 271-272 (2b, 3a, 4, 6c, 7e, 9a, 10a, 12, 14a, 18, 19, 22, 24, 25, 26c, 27a) Se proveerán ejercicios adicionales de práctica.

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
		• Determinar la proyección de un vector $\vec{v}$ sobre un vector $\vec{u}$ • Utilizar el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt para construir una base ortonormal a partir de una base dada. • Determinar la proyección de un vector dado sobre un subespacio *W* de un espacio vectorial $\Re^n$. • Descomponer un vector dado en la suma de un vector que se encuentra en un subespacio *W* de $\Re^n$ y un vector ortogonal a *W*. • Calcular la distancia de un punto $\vec{x}$ en $\Re^n$ a un subespacio *W*. • Demostrar que una matriz dada es ortogonal. • Hallar la factorización de una matriz *A* (de orden *m* x *n* y rango *n*) como el producto de una matriz *Q* con columnas ortonormales y una matriz $\Re$ triangular superior e invertible.	
12	-	**EXAMEN PARCIAL I**	
13	(6.1) Valores propios y vectores propios	• Hallar el polinomio característico, los valores propios, los vectores propios y los espacios propios de una matriz dada. • Hacer demostraciones sencillas que contengan estos conceptos. • Resolver problemas de aplicación que involucren estos conceptos.	Págs. 282-283 (8, 13, 15, 19, 20, 22, 24, 27, 28, 29, 31c). Se proveerán ejercicios adicionales de práctica. Se asignarán trabajos individuales para entregar sobre problemas de aplicación tomados de los artículos 6.2, 6.4, 8.2, 8.3 y otras fuentes. Véase anejo sobre temas.
14-15	(6.3) Diagonalización de matrices	• Transformar una matriz *A* dada en una matriz *B* mediante una transformación semejante $C^{-1}AC$, cuando se nos da C. • Diagonalizar (si es posible) una matriz, y dar la	Págs. 299-300 (1a, 2a, 3d, 4c, 5c, 6b, 7c, 8b, 9a, 10b, 11a-d, 17)

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
		transformación semejante correspondiente. • Diagonalizar <u>ortogonalmente</u> una matriz, y dar la transformación semejante correspondiente. • Hacer demostraciones sencillas que involucren algunas propiedades de matrices semejantes. • Calcular potencias de una matriz diagonalizable usando su factorización diagonalizada. • Calcular la inversa de una matriz diagonalizable usando su factorización diagonalizada. • Calcular el exponencial matricial de una matriz diagonlizable. • Utilizar el exponencial matricial para resolver problemas de valor inicial. • Resolver problemas de aplicación.	
16-17	(4.3) y (7.1) Transformaciones lineales, núcleo y rango	• Definir y brindar ejemplos de transformaciones (u operadores) lineales. • Determinar y demostrar si una aplicación dada es una transformación lineal entre dos espacios vectoriales, y describirla geométricamente. • Hallar el núcleo (Kernel) de una transformación lineal. • Determinar la imagen de un subespacio S bajo una transformación lineal L. • Determinar el rango (range) de una transformación lineal. • Hacer demostraciones sencillas que involucren conceptos, tales como el de la imagen inversa de un subespacio bajo una transformación lineal, transformaciones lineales 1-1, y otros. • Usar el Teorema del Rango y la Nulidad para calcular la	Págs. 330 (1, 3a, 4, 6, 7e, 7g, 8a, b,e, 9a b, 10a, c, f, 11f, 25, 29, 31b, d, i) Se proveerán ejercicios adicionales de práctica.

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
		dimensión del núcleo y el rango de transformaciones lineales definidas por matrices. • Usar determinantes para decidir si transformaciones lineales definidas por matrices son 1-1.	
18	(7.2) Transformaciones y sistemas de ecuaciones lineales.	• Analizar las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales representándolas como la suma del núcleo de la transformación definida por la matriz de coeficientes y una solución particular.	Págs 340-341 (1,3,5)
19	(7.3) Vectores de coordenadas	• Dado un vector en base canónica, determinar su vector de coordenadas respecto a otra base ortonormal dada. • Hallar la matriz de transición entre dos bases ordenadas cualesquiera de los espacios vectoriales $\Re^2$ y$\Re^3$.	(Págs. 350-351) (13, 15, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 26)
20-21	(7.4) Representaciones matriciales de transformaciones lineales	• Encontrar la representación de matrices de una transformación lineal dada con respecto a bases dadas, y utilizarla para determinar la imagen de un vector. • Encontrar una representación matricial <u>diagonal</u> de un operador lineal *T*, determinar la base para esa representación, y dar una interpretación geométrica de *T*.	Págs. 362-364 (1, 4, 6, 9c, 10a, 13, 14, 29a, c, 30a, c).
22	-	**EXAMEN PARCIAL II**	
23	(8.1) Espacios con producto interno	• Definir y brindar ejemplos de: a) espacios con producto interno b) espacios lineales normados • Hacer demostraciones sencillas sobre las propiedades básicas más importantes de: a) los espacios con producto interno b) los espacios lineales normados	Págs. 375-377 (2, 3, 4, 5a, 8c, 9c, 12, 14, 16a, 17c, 18a, 20a, 21a, 22c, 23, 25, 26a, c, d)

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
		• Demostrar que una función dada define un producto interno en un espacio vectorial. • Hallar productos internos, normas y distancias entre matrices, y entre polinomios. • Extender al espacio vectorial con producto interno complejo lo aprendido sobre el espacio vectorial con producto interno real.	
24	Matrices hermitianas (o hermíticas)	• Definir y determinar si una matriz dada es hermitiana. • Definir y encontrar una matriz unitaria que diagonalice a una matriz hermitiana (Teorema Espectral). • Definir y determinar si una matriz dada es normal. • Hacer demostraciones sencillas con respecto a los conceptos antes mencionados.	Se proveerán ejercicios de práctica.
25	(8.4) Curvas por mínimos cuadrados	• Determinar la matriz pseudoinversa de una matriz dada. • Determinar la recta o la parábola por mínimos cuadrados de un conjunto de datos • Resolver problemas de aplicación que involucren curvas por mínimos cuadrados. • Encontrar las matrices de proyección de planos en $\Re^2$ o $\Re^3$y utilizarlas para encontrar las proyecciones de vectores dados en dichos planos. • Hacer demostraciones sencillas que involucren los conceptos de pseudoinversa y matriz de proyección.	Págs. 404-406 (3, 8, 13, 19, 21, 23, 25, 26, 36a, c, 37a, 40, 42b, c, 44a)
26-27	(9.1) Eliminación gaussiana (9.2) El método de	• Computar una factorización *LU* de una matriz dada. • Resolver sistemas de	Págs. 423-424 (8a, 14, 18, 19, 20)

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Lección*	Sección y tópico	Como resultado de las experiencias en el curso, los estudiantes serán capaces de:	Ejercicios asignados
	descomposición LU	ecuaciones lineales usando el método de descomposición *LU*	
28-29	(9.3) Dificultades prácticas en la solución de sistemas de ecuaciones.	• Calcular la norma -1 de una matriz dada. • Encontrar el número de condición de una matriz dada. • Resolver sistemas de ecuaciones usando las técnicas de pivoteo y escalamiento.	Págs. 434-435 (1c, 2c, 3a, 4a, 5, 11, 12)
30	-	**EXAMEN PARCIAL III**	--

IX. Estrategias instruccionales:

Para el logro de los objetivos, se utilizarán los siguientes métodos o técnicas de enseñanza:

A. conferencias complementadas con el uso de la calculadora, de transparencias o de la computadora.

B. discusión de ejercicios teóricos (demostraciones) y de aplicación

C. asignaciones para hacerse a mano o usando el programado MuPAD.

D. Dos proyectos individuales por estudiante (para entregar) en los que deberá utilizar los conceptos discutidos en el curso en problemas de aplicación.

X. Criterios de evaluación:

Se administrarán tres exámenes parciales y un examen final comprensivo. (OPCIONAL: El profesor que así lo desee puede adjudicar una nota equivalente a un cuarto examen parcial por aquellas asignaciones hechas en computadora y proyectos especiales que solicite para entregar.) El valor del examen final será de una cuarta parte de la nota final. La calificación final estará basada en la media aritmética.

Evaluación diferenciada a estudiantes con impedimento. La evaluación responderá a la necesidad particular del estudiante

XI. Sistema de calificación:

100-90	A	Sobresaliente
89-80	B	Notable
79-65	C	Aprobado
64-60	D	Deficiente
59- 0	F	No aprobado

XII. Bibliografía:

Larson, R., & Edwards, B. (2004). *Elementary Linear Algebra* (Fifth Edition). Boston: Houghton Mifflin.

Kolman, B., & Hill, D. (2004). *Elementary Linear Algebra (*Eighth Edition). New Jersey: Prentice Hall.

Hardy, K. (2004). *Linear Algebra for Engineers and Scientists.* New Jersey: Prentice Hall.

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

Hill, D., & Zitarelli, D. (2004). *Linear Algebra Labs with MATLAB* (Third Edition). New Jersey: Prentice Hall.

Jain, S. K., & Gunawardena, A. D. (2004). *Linear Algebra: An Interactive Approach* (First Edition). Pacific Grove: Brooks/Cole (Thomson).

Poole, D. (2003). *Linear Algebra: A Modern Introduction* (First Edition). Pacific Grove: Brooks/ Cole (Thomson).

Lay, D. C. (2003). *Linear Algebra and Its Applications* (Third Edition). Reading: Addison-Wesley.

Goodaire, E. G. (2003). *Elementary Linear Algebra: A First Course in Pure and Applied Math.* New Jersey: Prentice Hall.

Anton, H. (2003). *Elementary Linear Algebra.* New York: John Wiley & Sons.

Anton, H., & Rorres, C. (2003). *Elementary Linear Algebra with Applications.* New York: John Wiley & Sons.

Andrilli, S., & Hecker, D. (2003). *Elementary Linear Algebra* (Third Edition). New York: Academic Press.

Johnson, L. W., Riess, R. D., & Arnold, J. T. (2002). *Introduction to Linear Algebra.* Reading: Addison-Wesley.

León, Steven J. (2002). Linear Algebra with Applications (Sixth). New Jersey: Prentice Hall.

Uhlig, F. (2002). *Transform Linear Algebra.* New Jersey: Prentice Hall.

Peterson, G. L., & Sochacki, J. S. (2002). *Linear Algebra and Differential Equations.* Reading: Addison-Wesley.

Herman, E. A., Pepe, M. D., Moore, R. T., & King, J. R. (2001). *Linear Algebra: Modules for Interactive Learning Using MAPLE* (First Edition). Reading: Addison-Wesley.

Bretscher, O. (2001). *Linear Algebra with Applications* (Second Edition). New Jersey: Prentice Hall.

Spence, L. E., Friedberg, S., & Insel, A. J. (2000) *Elementary Linear Algebra: A Matrix Approach.* New Jersey: Prentice Hall.

Fraleigh, J. B., & Beauregard, R. A. (1995). *Linear Algebra* (Third Edition). Reading: Addison-Wesley.

Preparado por[***]: Prof. Carmen D. Pérez Martínez
Julio de 2006

[***] Se tomaron en consideración las recomendaciones vertidas por *The Linear Algebra Curriculum Study Group*, las cuales han sido avaladas por la *American Mathematical Society (AMS),* la *Mathematical Association of America (MAA)* y la *National Science Foundation (NSF).*

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.

ANEJO

Temas que se incluirán en los trabajos individuales sobre aplicaciones que se asignarán a los estudiantes:

Ingenierías: Flujo de tráfico, redes eléctricas, vibraciones de un edificio, arqueamiento en vigas, etc.

Computadoras: redes y grafos, recuperación de información, mensajes codificados, gráficas y animación en computadoras, fractales, procesamiento de señales, procesamiento de imágenes digitales, etc.

Química: Ecuaciones químicas, mezclas, etc.

Física: astronomía, ley de Hooke, metrología coordenada, movimiento armónico, etc.

Biología: reducción de peso, genes ligados al sexo, datos demográficos sobre alguna especie, modelos de difusión a través de membranas celulares, etc.

Ciencias Sociales: modelos para cómputos del estado civil de las personas, crecimiento y migración de la población, comunicación y relaciones de grupo, análisis de factor y del componente principal (psicología), etc.

Administración de Empresas: modelos económicos para el intercambio de bienes, costos de producción, modelo de entradas y salidas de Leontif (economía), etc.

Matemáticas: área, volumen, ecuaciones de rectas y planos, aproximaciones de funciones,
Matrices y rotación de formas cuadráticas en dos y tres dimensiones, solución de sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden, etc.

Otros: distribución de recursos, ajuste de curvas (útil para todas las disciplinas antes mencionadas), seriación en arqueología, criptografía, predicción del tiempo, etc.

*Cada sección equivale a una hora y 20 minutos de clase.
**El repaso se hará yendo directamente a la solución de problemas.